Állapítsuk meg $f(x)$ értelmezési tartományát! Elég ebben – és az ábrázolásban is – a $(0,2\pi)$ intervallumra szorítkozni, mert $f(x)$, ahol egyáltalán értelmezve van, 2π szerint periodikus: $f(x+2k\pi)=f(x)$ (k egész szám). Nincs értelmezve $f(x)$ ott, ahol *a)* valamelyik nevező 0, *b)* valamelyik tört negatív. Az *a)* körülmény rendre a $\sin x=-1$, $\sin x=1$, $\cos x=-1$, $\cos x=1$ eseteket, vagyis az $x=3\pi/2$, $\pi/2$, π, 0 helyeket zárja ki, a *b)* körülmény viszont sehol sem következik be, mert az előbbi négy érték mellőzése után $-1<\sin x<1$, $-1<\cos x<1$, és így mind a négy tört számlálója és nevezője pozitív. Így $f(x)$ értelmezve van, ha $x\neq k\pi/2$, ahol k egész szám.

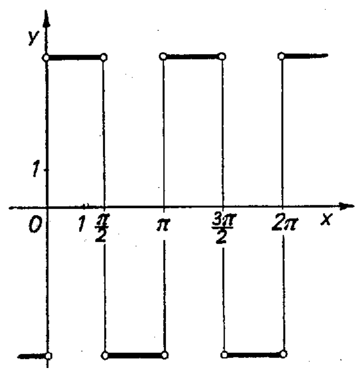
A gyökös kifejezéseket felírhatjuk gyökjel nélkül is, így viszont az abszolút érték jelével kell kifejezésre juttatnunk, hogy a négyzetgyökkel értelmezett (egyértékű) függvényen a nem negatív négyzetgyököt értjük. Pl.

$$\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}=\sqrt{\frac{(1-\sin x)^2}{1-\sin^2 x}}=\sqrt{\frac{(1-\sin x)^2}{\cos^2 x}}=\left|\frac{1-\sin x}{\cos x}\right|=\frac{1-\sin x}{|\cos x|},$$

evvel és a hasonlóan adódó három átalakítással

$$f(x)=\left(\frac{1-\sin x}{|\cos x|}-\frac{1+\sin x}{|\cos x|}\right)\left(\frac{1-\cos x}{|\sin x|}-\frac{1+\cos x}{|\sin x|}\right)=$$
$$=\frac{-2\sin x}{|\cos x|}\cdot\frac{-2\cos x}{|\sin x|}=\frac{4\sin x\cos x}{|\sin x\cos x|}=4\cdot\frac{\sin 2x}{|\sin 2x|}.$$

Eszerint ahol $\sin 2x>0$, ott $|\sin 2x|=\sin 2x$, és így $f(x)=4$; ez érvényes, ha $0<2x<\pi$, $0<x<\pi/2$ és ha $2\pi<2x<3\pi$, $\pi<x<3\pi/2$. Ahol pedig $\sin 2x<0$, vagyis ha $\pi/2<x<\pi$ és ha $3\pi/2<x<2\pi$, ott $|\sin 2x|=-\sin 2x$, és így $f(x)=-4$. ($\sin 2x=0$ sehol nem áll be, mert éppen ezeket a helyeket zártuk ki.)



Így $f(x)$-et a $(0,2\pi)$ intervallumban négy az X-tengellyel párhuzamos nyitott egyenesszakasz ábrázolja.

Toldy-Õsz Mária (Budapest, Lórántffy Zs. úti lg. III. o. t.)