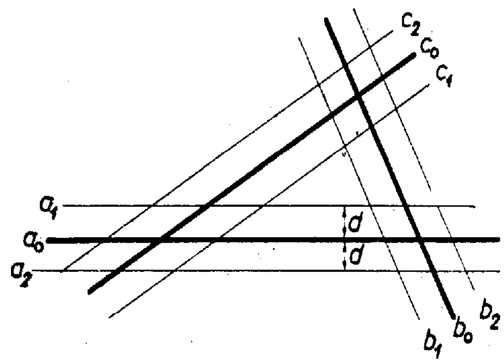
I. megoldás: Az adott egyeneseket a csúcspontok felhasználása nélkül úgy toljuk el, vagy valamely tengelyre tükrözzük, vagy valamely pont körül elforgatjuk, hogy csúcspont ne jusson csúcspontba. Az új helyzetben megszerkesztjük a nevezetes pontokat és ezeket visszatoljuk, visszatükrözzük, visszaforgatjuk az eredeti háromszögbe. – Ugyanezen elv alapján hasonlósági transzformációval is célhoz juthatunk.

Dobos László (Szeged, Radnóti M. g. II. o. t.)

Megjegyzés. A kívánt nevezetes pontok között egy olyan van, amely egybeeshet egy csúccsal: a magasságpont, éspedig derékszögű háromszögben. Ha tehát a háromszög derékszögű, akkor M visszatranszformálása sem hajtható végre. Hogy a háromszögnek b és c oldalegyenesei derékszöget zárnak be, arról a csúcsok felhasználása nélkül így győződhetünk meg : b-nek egy a csúcsoktól különböző pontja körül alkalmas r-sugárral olyan kört írunk le, amely c-t kétszer metszi, majd a metszéspontok körül is r sugarú köröket írunk; ha ezek másodszor is b-n metszik egymást, akkor b és c merőlegesek.

II. megoldás: Legyenek az adott egyenesek a_0, b_0, c_0, és jelöljük a velük meghatározott háromszöget H-val. Húzzunk a_0, b_0, c_0-val mindkét oldalukon ugyanakkora d távolságban párhuzamost, legyenek ezek a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, az 1-es indexű mindig a „belső” oldalon, vagyis pl. a_1 az a_0-nak azon az oldalán, amelyen b_0 és c_0 metszik egymást.



Így számos az eredetivel hasonló helyzetű háromszöget, továbbá paralelogrammákat kaptunk, ezeket fogjuk a szerkesztésekre felhasználni. Az idomokat oldalegyeneseiknek zárójelben való felsorolásával jelöljük, és hasonlóan a metszéspontokat is a megfelelő egyenesekével.

Nyilvánvaló, hogy H beírt körének I középpontja azonos mind az (a_1, b_1, c_1)-be, mind az (a_2, b_2, c_2)-be beírt kör középpontjával. Eszerint I megszerkeszthető: ha a_1, b_1, c_1 egy pontban metszik egymást, akkor ez a pont I, különben pedig az (a_1, b_1, a_2, b_1) rombusz (a_1, b_1) (a_2, b_2) átlója adja meg I céljára az a_0 és b_0 egyenesek közti belső szög felezőjét. Ugyanígy az előbbi rombusz (a_1, b_2)(a_2, b_1) átlója az a_0, b_0 egyenesek külső szögét felezi. Ennek alapján a hozzáírt körök középpontjai is megszerkeszthetők. Egyébként hasonlóan a H-nak a_0 oldalához hozzáírt kör I_a középpontja azonos az (a_2, b_1, c_1) és (a_1, b_2, c_2) háromszögek a_2, ill. a_1 oldalához hozzáírt kör középpontjával.

A H, (a_1, b_0, c_0) és (a_2, b_0, c_0) háromszögeknek közös a (b_0,c_0) csúcsukból kiinduló s_a súlyvonala. Ebből egy–egy pont az (a_1, b_0)(a_2, c_0) és (a_2, b_0) (a_2, c_0) szakaszok felezőpontja, így H-nak S súlypontja is megszerkeszthető.

A súlyvonalak kimetszik az adott egyenesekből az oldalfelező pontokat; két ilyenben az oldalfelező merőlegest felállítva megkapjuk H körülírt körének középpontját.

Végül H-nak pl. (b_0, c_0)-ból húzott M_a magasságvonala egyben (a_1, b_0, C_0)-nak és (a_2, b_0, c_0)-nak is magasságvonala. Az utóbbi kettőnek magasságpontja megszerkeszthető mint a b_0 és c_0 oldalra merőleges magasságok metszéspontja, összekötésükben, vagy egyikből az a_0-ra állított merőlegesben megkapjuk m_a-t. Végül két magasság metszéspontja megadja H-nak M magasságpontját.

M-et az Euler-egyenes alapján is megkaphatjuk az OS szakasz S-en túli meghosszabbítására rámért 2 OS szakasz végpontjában.

Bárczy Pál (Hódmezővásárhely, Bethlen G. g. IV. o. t.)

Megjegyzés: A dolgozatok sok különböző szerkesztési eljárást adtak. Itt két olyan megoldást közöltünk, amely egységes kiindulásból valamennyi kívánt pontot előállítja.