Legyen a téglalap oldalainak hossza x, y és írjuk a félkört és a háromszöget az x oldalak fölé. Mivel csak ugyanakkora k kerületű V–idomokat tekintünk, azért x és y közül csak egyik választható szabadon; legyen ez x, akkor

$$2y+\left(\sqrt{2}+\frac{\pi}{2}\right)x=k\text{-ból}\quad y=\frac{k}{2}-\frac{2\sqrt{2}+\pi}{4}x. \tag{1}$$

Így a terület

$$t=xy+\frac{x^2}{4}+\frac{x^2\pi}{8}=\frac{kx}{2}-\frac{(4\sqrt{2}+\pi-2)x^2}{8}.$$

x és y nem lehetnek negatívok, sőt $x=0$-val is értelmét veszti a feladat ($y=0$ viszont még elfogadható), azért (1) figyelembevételével a terület x-nek

$$0<x\le\frac{2k}{2\sqrt{2}+\pi} \tag{2}$$

értékeire van értelmezve. Átalakításaink céljára rövidítsük a $4\sqrt{2}+\pi-2$ számot b-vel; látható, hogy $b>0$. Így

$$t=-\frac{b}{8}\left(x^2-\frac{4kx}{b}\right)=-\frac{b}{8}\left(x-\frac{2k}{b}\right)^2+\frac{b}{8}\cdot\frac{4k^2}{b^2}=\frac{k^2}{2b}-\frac{b}{8}\left(x-\frac{2k}{b}\right)^2,$$

és ez akkor maximális, ha a kivonandó tag 0, vagyis $x_0=2k/b$. Ez pozitív, másrészt kisebb (2) jobb oldalánál, mert $b=2\sqrt{2}+\pi+2(\sqrt{2}-1)>2\sqrt{2}+\pi$, vagyis a maximum helye beletartozik az értelmezési tartományba. A maximális terület: $t_{\max}=k^2/2b=k^2/(8\sqrt{2}+2\pi-4)$.

A maximális területet adó x_0 természetesen egyenesen arányos k-val, így az $x_0/k=2/b$ hányadost kizárólag a V-alakkal velejáró $\sqrt{2}$ és π számok határozzák meg. Ugyanez nyilván a legnagyobb területű V–idom bármely két hosszméretére is áll, számítsuk ki tehát y/x-et. x_0-ból (1) szerint

$$y_0=\frac{k}{2}-\frac{2\sqrt{2}+\pi}{4}\cdot\frac{2k}{b}=\frac{k}{2b}(b-2\sqrt{2}-\pi)=\frac{x_0}{4}(2\sqrt{2}-2)=\frac{x_0}{2}(\sqrt{2}-1),$$

tehát

$$\frac{y_0}{x_0}=(\sqrt{2}-1)/2=0{,}2071\ldots$$

Szatmári Gábor (Budapest, Piarista g. IV. o. t.)

Megjegyzés. Az egyszerűnek adódott y_0/x_0 arányból a maximális területű V-idom alakja megszerkeszthető (de maga az idom az adott k-ból nem!).