

Az adott V térfogatú paralelepipedonok közül elég a téglatestekkel foglalkozni, amelyekben az egy csúcsban összefutó három él bármelyike merőleges a másik kettő által meghatározott síkra. Ha ugyanis valamely $ABCDEFGH$ paralelepipedonnak AE éle nem merőleges az A csúcsba befutó további AB, AD élek síkjára, akkor arra az $ABCDE'F'G'H'$ paralelepipedonra áttérve, amelynek $E'F'G'H'$ lapja az $EFGH$ síkban van, és amelyben AE' merőleges $ABCD$ -re, egy az eredetivel térfogatra megegyező, de kisebb él-négyzetösszeget mutató, tehát számunkra kedvezőbb esethez jutottunk, ugyanis $AE' < AE$ és így $AB^2 + AD^2 + AE'^2 < AB^2 + AD^2 + AE^2$.

Legyenek most már egy adott V térfogatú téglatestnek egy csúcsába összefutó élei a, b, c , azaz $abc = V$, és írjuk fel a számtani és mértani közép közti egyenlőtlenséget az élek négyzeteire:

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \sqrt[3]{a^2 b^2 c^2} = \sqrt[3]{V^2},$$

ahonnan

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 3 \sqrt[3]{V^2},$$

vagyis a vizsgált négyzetösszeg nem kisebb az állandó jobboldalnál, és egyenlőség akkor és csak akkor áll fenn köztük, ha a tekintett számok egyenlők: $a^2 = b^2 = c^2$, azaz – szakaszokról lévén szó – ha $a = b = c$. Eszerint a kérdéses négyzetösszeg az egyenlőélű téglatestre, más szóval a kockára a legkisebb.

Kolonits Ferenc (Bp. VIII., Piarista g. III. o. t.)