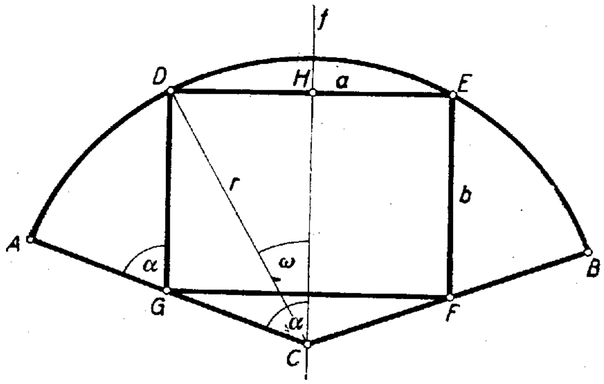
I. megoldás: Legyenek egy a C közepü, r sugarú körnek $ACB\sphericalangle = 2\alpha$ nyílásszöge CAB körcikkébe az előírt módon beírt $DEFG$ téglalapnak az $\widehat{AB}$ íven fekvő csúcsai D és E, a CB ill. CA sugáron fekvők pedig F, ill. G. A DE szakasz f felező merőlegese egyrészt a téglalap egyik szimmetriatengelye és így FG-nek is felező merőlegese, másrészt – mint egy húr felező merőlegese – átmegy C-n. Ezek szerint $CF = CG$, tehát a CFG háromszög egyenlő szárú és f az ACB szöget is felezi. Így a D csúcs megválasztása után az ACB szög felezőjével húzott párhuzamos ill. rá merőleges egyenesek révén a beírt téglalap meg van határozva.



A keresett téglalapnak valamely *szerkeszthető* jellemző adatát kell megállapítanunk, válasszuk erre a célra a CD sugárnak f-fel bezárt ω szögét.

Téglalapunk területe 4-szer akkora, mint a CDG háromszög területe, mert ez utóbbinak a $DG = b$ alaphoz tartozó magassága egyenlő $DH = a/2$-vel; elegendő tehát D-t úgy meghatározni, hogy e háromszög területe legyen maximális. Ebben a $CD = r$ oldal, valamint ennek G-ben mért $CGD\sphericalangle = 180^\circ - \alpha$ látószöge állandók, ezért rögzített CD esetén G mértani helye a CD-hez mint húrhoz tartozó, $180^\circ - \alpha$ szögű látószögkörív, és így a CDG háromszög területe akkor maximális, ha G az ív „legmagasabb” pontjában van, azaz, ha a háromszög egyenlő szárú. Ekkor $GCD\sphericalangle = (180^\circ - CGD\sphericalangle)/2$, azaz $\alpha - \omega = \alpha/2$, $\omega = \alpha/2$, vagyis a maximális területet adó D pont az $\widehat{AB}$ ív negyedében van, az ACH szög felezőjével metszhető ki.

Sárközy András (Gyöngyös, Vak Bottyán g. IV. o. t.)

II. megoldás: A szerkesztés előkészítéséül a beírható legnagyobb területű téglalapot úgy is meghatározhatjuk, hogy a területet ω függvényeként írjuk fel és ennek állapítjuk meg a maximumát. A téglalap két oldala a CDE egyenlő szárú háromszögből, ill. a szinusz tétellel a CDG háromszögből:

$$a = 2r\sin\omega, \quad \text{ill.} \quad b\frac{r\sin(\alpha-\omega)}{\sin(180^\circ-\alpha)} = \frac{r\sin(\alpha-\omega)}{\sin\alpha},$$

így a területe – a két változó szög szinuszának szorzatát az ismert $2\sin x\sin y = \cos(x-y) - \cos(x+y)$ azonosság alapján különbséggé alakítva:

$$t = ab = \frac{r^2}{\sin\alpha}\cdot 2\sin\omega\sin(\alpha-\omega) = \frac{r^2}{\sin\alpha}\left[\cos(2\omega-\alpha) - \cos\alpha\right].$$

t akkor a legnagyobb, amikor ezen kifejezés egyetlen változó része a legnagyobb: $\cos(2\omega-\alpha) = 1$, $2\omega - \alpha = 0^\circ$, $\omega = \alpha/2$.

Rátkay Zsolt (Bp. VI., Kölcsey F. g. III. o. t.)

Megjegyzés. Ábránk – a szokásnak megfelelően – félkörnél kisebb körcikket, szektort mutat. Ámde két nem egymás meghosszabbításába eső sugár a kört két körcikkre vágja szét, ezek egyike konkáv. (Kör alakú %-os grafikonokon a szocialista szektort rendszerint ilyen ábrázolja.) Eredményünk konkáv körcikkre nem a *körcikklemezből kivágható* legnagyobb területű téglalapot adja meg, hanem a legnagyobb olyat, amelynek 2–2 csúcsa a körcikk ívén, ill. a sugarakon vagy az azokat hordozó, C-végpontú félegyeneseken van (aszerint, hogy $2\alpha \le 240^\circ$, vagy $2\alpha > 240^\circ$).