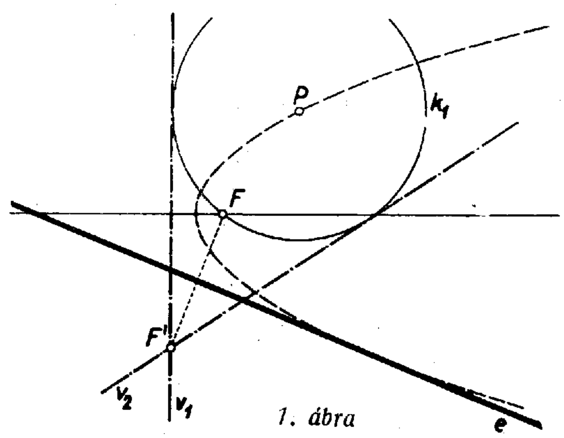
I. megoldás: Adataink, valamint a parabolára vonatkozó ismereteink alapján a keresett v vezéregyenesről két megállapítást tehetünk: 1. a parabola definíciója folytán az adott P-től PF-nyi távolságban van (F a fókuszt jelenti), vagyis érinti a P körüli PF sugarú k_1 kört; 2. átmegy F-nek az adott e érintőre való F' tükörképén. Eszerint v-t az említett tükörképből az említett körhöz húzható érintők adják meg. (1. ábra.)



1. ábra

A megoldhatóság feltételeit, ill. a megoldások számát kézenfekvő szerkesztésünk utolsó szakaszából kiolvasni, azonban ezeket következtetéssel az adatok közti feltételekké írhatjuk át. Szemléletes fogalmazásban: 2, 0, ill. 1 megoldás van aszerint, hogy F' a P körüli PF sugarú körre nézve külső, ill. belső pont, ill. rajta van a körön. Szakaszok nagyságviszonyára átírva: 2, 0, ill. 1 megoldás van aszerint, hogy F'-nek P-től való PF' távolsága nagyobb, ill. kisebb PF sugárnál, ill. egyenlő vele. Végül ismét szemléletesen: minthogy akkor és csak akkor áll

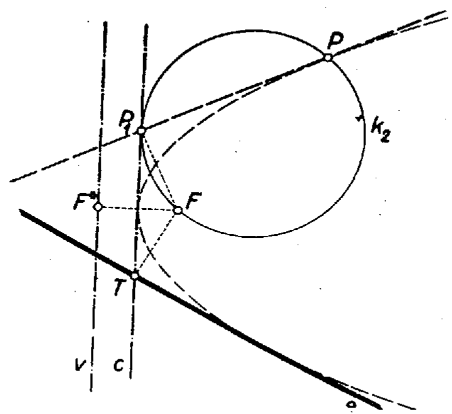
$$PF' \gtreqqless PF, \text{ ha } P \quad \begin{array}{l} e\text{-nek ugyanazon oldalán van, mint } F, \\ e\text{-nek ugyanazon oldalán van, mint } F, \\ e\text{-nek } F\text{-fel ellentétes oldalán van,} \\ e\text{-n rajta van,} \end{array}$$

azért 1, 2, ill. 0 megoldás van aszerint, hogy e átmegy P-n, ill. nem megy át rajta és nem választja szét a P, F pontpárt, ill. nem megy át P-n és szétválasztja a P, F pontpárt.

Minthogy itt felmerült az adott elemek közti esetleges illeszkedés kérdése, megjegyezzük, hogy más illeszkedés – ti. olyan, amelyben F szerepelne – nem jöhet szóba, mert parabolának pontja nem eshet a fókuszba és érintője nem mehet át a fókuszon.

Csanak György (Debrecen, Fazekas M. gyak. g. III. o. t.)

II. megoldás: Megszerkeszthetjük v-t a parabola c csúcsérintőjének felhasználásával is abból, hogy v párhuzamos c-vel és átmegy F-nek c-re vonatkozó F^* tükörképén. A csúcsérintőt abból kaphatjuk meg, hogy ez a mértani helye a fókuszból az érintőre bocsátott merőleges talppontjának. Adataink alapján F-nek az e-re, valamint a P-beli érintőre való vetületével foglalkozhatunk. e-n F-nek T vetületét megszerkesztve megkaptuk c-nek egy pontját; F-nek a P-beli érintőre való P_1 vetületéről pedig azt tudjuk, hogy rajta van a PF átmérőjű k_2 Thales–körön (2. ábra).



Megmutatjuk, hogy c-nek nem lehet két különböző közös pontja k_2-vel. Ha ugyanis feltesszük, hogy P_1 és P_1' c-nek és k_2-nek két különböző közös pontja volna, akkor ezek mindegyikére állana: $FP_1P\sphericalangle = FP_1'P\sphericalangle = 90^\circ$, így az egymástól különböző P_1P és $P_1'P$ egyenesek mindegyike érintené a parabolát, éspedig P-ben, holott a parabolának minden pontjában pontosan egy érintője van. Eszerint c-t valóban csak a T-ből k_2-höz húzott érintők adhatják meg.

A szerkeszthetőség feltételének és a megoldások számának vizsgálatát mellőzhetjük, ugyanis k_2 és T az I. megoldásbeli k_1 és F'-ből az F pont körüli 1/2-szeres nyújtással jönnek létre, ugyanez áll tehát c és v-re, és így e vizsgálat puszta ismétlése lenne az I. megoldás diszkussziójának.

Bartha László (Balassagyarmat, Balassi B. g. III. o. t)