

I. megoldás: Vegyük észre, hogy $9^\circ + 81^\circ = 27^\circ + 63^\circ = 90^\circ$; ennek alapján a b bal oldalt 9° és 27° szinuszával és koszinuszával kifejezve, majd összevonásokkal és ismert azonosságok alkalmazásával

$$b = \left(\frac{\sin 9^\circ}{\cos 9^\circ} + \frac{\cos 9^\circ}{\sin 9^\circ} \right) - \left(\frac{\sin 27^\circ}{\cos 27^\circ} + \frac{\cos 27^\circ}{\sin 27^\circ} \right) = \frac{1}{\sin 9^\circ \cos 9^\circ} - \frac{1}{\sin 27^\circ \cos 27^\circ} =$$

$$= \frac{2}{\sin 18^\circ} - \frac{2}{\sin 54^\circ} = \frac{2(\sin 54^\circ - \sin 18^\circ)}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ},$$

folytatólag a $\sin u \cos v = \frac{1}{2} [\sin(u+v) - \sin(v-u)]$ azonosságnak jobbról bal felé $u+v = 54^\circ$, $v-u = 18^\circ$, azaz $u = 18^\circ$, $v = 36^\circ$ -kal való alkalmazásával

$$b = \frac{4 \sin 18^\circ \cos 36^\circ}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ} = \frac{4 \cos 36^\circ}{\sin 54^\circ} = \frac{4 \sin 54^\circ}{\sin 54^\circ} = 4,$$

és evvel bizonyításunkat befejeztük.

Leipniker Péter (Makó, József A. g. IV. o. t.)

Megjegyzés. Átalakításunk második szakaszát helyettesíthetjük avval, hogy beírjuk 18° és 54° szinuszának ($\sqrt{5}\mp 1$): 4 értékét; ezekkel az első szakasz utolsó törtjében a számláló értéke 1, a nevezőé $1/4$.

II. megoldás: Felhasználhatjuk átalakításunkban a fenti észrevételen túl annak következő átrendezését is: $27^\circ - 9^\circ = 81^\circ - 63^\circ = 18^\circ$. Így alkalmas zárójelzés után az említett különbségek szinuszának, majd $9^\circ + 27^\circ$ koszinuszának felismerésével

$$b = \left(\frac{\sin 9^\circ}{\cos 9^\circ} - \frac{\sin 27^\circ}{\cos 27^\circ} \right) + \left(\frac{\sin 81^\circ}{\cos 81^\circ} - \frac{\sin 63^\circ}{\cos 63^\circ} \right) = -\frac{\sin 18^\circ}{\cos 9^\circ \cos 27^\circ} + \frac{\sin 18^\circ}{\sin 9^\circ \sin 27^\circ} =$$

$$= \frac{\sin 18^\circ (-\sin 9^\circ \sin 27^\circ + \cos 9^\circ \cos 27^\circ)}{\sin 9^\circ \cos 9^\circ \sin 27^\circ \cos 27^\circ} = \frac{4 \sin 18^\circ \cos 36^\circ}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ},$$

ez az alak pedig már az előbbi átalakítás során is fellépett.

Kolonits Ferenc (Bp. VIII., Piarista g. III. o. t.)