

Főátlóját „függetlenre” állítva látjuk, hogy D a Pascal-féle számháromszög egyetlen „csúcsából” kihalított „négyzet”, oldalának „hossza” $n + 1$ „egység”. Eszerint elemei a szokásos jelölésekkel így írhatók:

$$a_{jk} = \binom{j+k-2}{k-1} \quad j, k = 1, 2, \dots, n+1,$$

másképpen: első sorában és első oszlopában minden elem 1, és a Pascal-háromszög ismert tulajdonsága folytán minden további elem a fölötte és a tőle balra álló elem összege, azaz

$$\begin{aligned} a_{1i} &= a_{i1} = 1, \quad \text{ha } i = 1, 2, \dots, n+1, \\ a_{jk} &= a_{j-1,k} + a_{j,k-1}, \quad \text{ha } j, k = 2, 3, \dots, n+1. \end{aligned}$$

Ha tehát (az első kivételével) minden sorból kivonjuk a fölötte állót – az utolsó soron kezdve és visszafelé haladva –, akkor a változatlan első sor alatt minden elem helyébe a tőle eredetileg *balra* álló elem kerül – ha ti. van tőle balra álló elem –, az új első oszlopnak pedig, az első kivételével, minden eleme 0. Az új determináns elemeit b_{jk} -val jelölve:

$$\begin{aligned} b_{1i} &= 1, \quad \text{ha } i = 1, 2, \dots, n+1, \\ b_{r,1} &= 0, \quad \text{ha } r = 2, 3, \dots, n+1, \\ b_{jk} &= a_{jk} - a_{j-1,k} = a_{j,k-1}, \quad \text{ha } j, k = 2, 3, \dots, n+1. \end{aligned}$$

Ezt az átalakítást úgy is lehet jellemezni, hogy a determinánsnak a változatlan első sor alatti része egy oszloppal *jobbra* tolódik, és ebben az alsó részben az utolsó oszlop kiesik, a megüresedő első oszlop elemei pedig zérusok. Jegyezzük még meg, hogy a főátlóban $b_{11} = b_{22} = a_{21} = 1$.

Ismételjük meg ezt az átalakítást úgy, hogy csak a második sor alatti sorok mindegyikéből vonjuk le a fölötte levőt. Ekkor a determináns érintett részében ismét jobbratolódás következik be, továbbá az első oszlopban az első elem, a második oszlopban a második elem alatt csupa zérus áll, és a főátló első három eleme 1 lesz.

Ezt az átalakítást folytatva $n - 1$ lépés után olyan determinánshoz jutunk, amelyben a főátló minden eleme 1, és a főátló alatt minden elem zérus. Így a determináns értéke a főátlóban álló elemek szorzata, azaz 1.

Kis Papp László (Pécs, Bányaipt. t. III. o. t.)