Legyen az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sorozat hányadosa q; feltevés folytán $q > 0$. Legyen továbbá $\lg a_1 = b$ és $\lg q = d$; feltevés folytán $q \neq 1$ és így $d \neq 0$. Ekkor $k = 1, 2, \ldots, n$-re

$$\lg a_k = \lg (a_1 q^{k-1}) = \lg a_1 + (k-1)\lg q = b + (k-1)d,$$

és így

$$S_n = x^b + x^{b+d} + x^{b+2d} + \ldots + x^{b+(n-1)d} = x^b(1 + x^d + x^{2d} + \ldots + x^{(n-1)d}).$$

A zárójelben egy mértani sor összege áll. Mivel ennek x^d hányadosa a feltevések folytán 1-től különböző, alkalmazhatjuk az ismert összegképletet:

$$S_n = x^b \frac{x^{nd} - 1}{x^d - 1}.$$

Végül, az adatok használatára visszatérve $d = \lg q = \lg a_2 - \lg a_1$, és így

$$S_n = x^{\lg a_1} \frac{x^{n\ (\lg a_2 - \lg a_1)} - 1}{x^{\lg a_2 - \lg a_1} - 1}.$$

Porzsolt Éva (Nyíregyháza, Kölcsey F. g. III. o. t.)

Megjegyzések: Akár az $x \neq 1$ kikötést, akár $a_1, a_2, \ldots, a_n$ különbözőségének előírását elejtve az összegképlet nem használható, viszont S_n jóval egyszerűbben fejezhető ki, mert valamennyi tagja egyenlő. $x = 1$ mellett $a_1, a_2, \ldots, a_n$-től függetlenül $S_n = n$ ($a_1, a_2, \ldots, a_n$ pozitívságát azonban itt is kihasználtuk, mert $\lg a_1, \lg a_2, \ldots, \lg a_n$ csak így létezik); $x \neq 1$, $a_1, a_2, \ldots, a_n (> 0)$ esetén pedig $S_n = nx^{\lg a_1}$.

x pozitív voltát látszólag nem használtuk ki. Ezt csak avégett kötötte ki a feladat, hogy S_n tagjainak akkor is mindig legyen értelme, ha a kitevőbeli logaritmusok között irracionális szám lép fel. Az alábbi átalakítás során $\lg x$ létezésében élesen kihasználjuk, hogy $x > 0$:

$$x^{\lg a_1} = (10^{\lg x})^{\lg a_1} = (10^{\lg a_1})^{\lg x} = a_1^{\lg x},$$

ugyanígy $x^{\lg a_2} = a_2^{\lg x}$, és így

$$S_n = a_1^{\lg x} + a_2^{\lg x} + \ldots + a_n^{\lg x} = a_1^{\lg x} \frac{\left(\dfrac{a_2}{a_1}\right)^{n \lg x} - 1}{\left(\dfrac{a_2}{a_1}\right)^{\lg x} - 1} = \frac{a_2^{n \lg x} - a_1^{n \lg x}}{a_1^{n \lg x}\left(a_2^{\lg x} - a_1^{\lg x}\right)}.$$