A $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ azonosság mindkét oldalát négyzetre emelve:

$$\sin^4 x + \cos^4 x + 2\sin^2 x \cos^2 x = 1,$$

azaz a $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ összefüggés felhasználásával

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x.$$

Ezt behelyettesítve a megoldandó egyenletbe és 4-gyel rögtön beszorozva

$$\sin^2 2x - 8\sin 2x + 4 = 0.$$

Ennek a $\sin 2x$-re másodfokú egyenletnek a két gyöke: $4 \pm 2\sqrt{3}$. Ezek közül csak az 1-nél kisebb értékű $4 - 2\sqrt{3} \approx 0{,}5359$ gyök jön számításba. A közelítő értékek visszakeresésével

$$2x_1 = 32{,}4^\circ \pm n \cdot 360^\circ, \quad 2x_2 = 147{,}6^\circ \pm n \cdot 360^\circ,$$

azaz

$$x_1 = 16{,}2^\circ \pm n \cdot 180^\circ, \quad x_2 = 73{,}8^\circ \pm n \cdot 180^\circ \quad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Ezzel a feladatot megoldottuk.

Tatai Péter (Bp. XIV., I. István g. III. o. t.)

Megjegyzés: A fent nyert egyenlethez eljutunk akkor is, ha a

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}, \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2},$$

majd a $\cos^2 2x = 1 - \sin^2 2x$ azonosságokat felhasználva alakítjuk át egyenletünket. Továbbá a

$$\begin{aligned} \sin^4 x + \cos^4 x &= (\cos^2 x - \sin^2 x)^2 + 2\sin^2 x \cos^2 x = \\ &= \cos^2 2x + \frac{1}{2}\sin^2 2x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x \end{aligned}$$

átalakítással is.