Vonjuk ki az adott (az alábbiakban D-vel jelölt) determináns harmadik oszlopából a másodikat, majd a második oszlopból az elsőt, ekkor a determináns értéke nem változik:

$$D=\begin{vmatrix} n^2 & (n+1)^2 & (n+2)^2 \\ (n+3)^2 & (n+4)^2 & (n+5)^2 \\ (n+6)^2 & (n+7)^2 & (n+8)^2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} n^2 & 2n+\ \ 1 & 2n+\ \ 3 \\ (n+3)^2 & 2n+\ \ 7 & 2n+\ \ 9 \\ (n+6)^2 & 2n+13 & 2n+15 \end{vmatrix}.$$

Most vonjuk ki a harmadik sorból a másodikat, utána a második sorból az elsőt, majd ismét a harmadik sorból a másodikat és az így kapott determináns harmadik oszlopából a második oszlopot:

$$D=\begin{vmatrix} n^2 & 2n+1 & 2n+3 \\ 3\ \ (2n+3) & 6 & 6 \\ 3\ \ (2n+9) & 6 & 6 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} n^2 & 2n+1 & 2n+3 \\ 3\ \ (2n+3) & 6 & 6 \\ 18 & 0 & 0 \end{vmatrix}=$$

$$=\begin{vmatrix} n^2 & 2n+1 & 2 \\ 3\ \ (2n+3) & 6 & 0 \\ 18 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Ebből a determináns értéke (a determinánst pl. a harmadik oszlopa szerint kifejtve):

$$D=-2\cdot 6\cdot 18=-216=-6^3.$$

Marton Éva (Bp. VI., Veres Pálné lg. I. o. t.)

Megjegyzések: 1. A determináns értékét természetesen közvetlenül a Sarrus–szabály segítségével is kiszámíthatjuk. A részletes számítást – mert egyszerűsége mellett nagyon hosszadalmas – nem közöljük, csak megemlítjük, hogy az $n=m-4$ mennyiség bevezetésével a számítás kissé egyszerűbbé válik.

Pödör Bálint (Bp. II., Rákóczi g. IV. o. t.)

2. A feladat megoldható teljes indukcióval is.