

Legyen a hordóban kezdetben x liter bor. Az első csapolás után $x - 4$ liter marad. A 4 liter vízzel való pótlás után 1 liter keverék bortartalma: $\frac{x-4}{x}$ liter. Így a második csapolás a hordóból $4 \cdot \frac{x-4}{x}$ liter bort enged ki, s a hordóban

$$x - 4 - 4 \cdot \frac{x-4}{x} = \frac{(x-4)^2}{x}$$

liter bor marad. Az újabb vízzel való pótlás után 1 liter keverékben $\frac{(x-4)^2}{x^2}$ liter tiszta bor van. Így a harmadik csapolás után a hordóban

$$\frac{(x-4)^2}{x} - 4 \cdot \frac{(x-4)^2}{x^2} = \frac{(x-4)^3}{x^2}$$

liter bor marad. A bekerült víz mennyisége $x - \frac{(x-4)^3}{x^2}$ liter. Ez a feladat szerint 2,5 literrel több a bor mennyiségénél:

$$\frac{(x-4)^3}{x^2} = x - \frac{(x-4)^3}{x^2} - 2,5.$$

x^2 -tel végigszorozva és rendezve:

$$2(x-4)^3 - x^3 + 2,5x^2 = 0,$$

ebből

$$x^3 - 21,5x^2 + 96x - 128 = 0.$$

Meg kell keresnünk a kapott egyenlet gyökeit. Az egyenlet így alakítható:

$$\begin{aligned} x^3 - 16x^2 - 5,5x^2 + 88x + 8x - 128 &= \\ = x^2(x-16) - 5,5x(x-16) + 8(x-16) &= \\ = (x-16)(x^2 - 5,5x + 8) &= 0. \end{aligned}$$

Az egyenlet egyik gyöke $x = 16$, a másik két gyököt a másodfokú tényező szolgáltatja. Mivel az így kapott egyenlet diszkriminánsa negatív, az egyenletnek több valós megoldása nincs.

Eredetileg tehát 16 liter bor volt a hordóban. Számolással ellenőrizhetjük, hogy a kapott megoldás valóban helyes.

Meskó Attila (Bp. VII., Madách g.)