

Jelöljük a közös átfogót c -vel, azt a befogót, amely körül forgatjuk, x -szel, a másikat y -nal. A Pythagoras-tétel szerint:

$$x = \sqrt{c^2 - y^2}.$$

Az x befogó a forgáskúp magassága, az y befogó az alapkörnek a sugara. A kúp köbtartalma

$$V = \frac{y^2 \pi \sqrt{c^2 - y^2}}{3}.$$

Mivel a térfogat pozitív, a kapott (y -tól függő) kifejezésnek ugyanott van maximuma, ahol a

$$9\pi^2 V^2 = y^4 (c^2 - y^2) = y^2 \cdot y^2 \cdot (c^2 - y^2)$$

függvénynek. A maximum helyén az sem változtat, ha 2-vel megszorozzuk a függvényt, viszont így elérjük, hogy a tényezők összege független lesz y -tól. Így az eredeti V térfogatnak ugyanott van maximuma, ahol az

$$y^2 \cdot y^2 \cdot (2c^2 - 2y^2)$$

függvénynek.

A három tényező összege állandó: $2c^2$. A számtani – mértani közép közti összefüggés alapján ez esetben a szorzat akkor lesz maximális, ha a tényezők egyenlőek:

$$y^2 = 2c^2 - 2y^2,$$

ebből

$$y = c\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

A másik befogó akkor

$$x = \frac{c}{\sqrt{3}},$$

a maximális térfogat pedig

$$V_{\max} = \frac{2\pi\sqrt{3}c^2}{27}.$$

Gyene András (Bp. V., Eötvös g. III. o. t.)