I. megoldás: Az adott egyenlet akkor lesz egyenespár egyenlete, ha y-t mint x függvényét kifejezve belőle, y-ra két elsőfokú egyenletet kapunk. Rendezzük tehát az egyenletet y hatványai szerint és oldjuk meg:

$$y^2+2y(2x-1)+x(\lambda x-4)-3=0,$$

ebből

$$\begin{aligned} y=&\frac{-2(2x-1)\pm\sqrt{4(2x-1)^2-4x(\lambda x-4)+12}}{2}\\ &=1-2x\pm\sqrt{(4-\lambda)x^2+4}. \end{aligned}$$

A kapott egyenlet csak akkor lesz x-ben is elsőfokú, ha a gyökjel alatt álló kifejezésben x^2 együtthatója 0 (hiszen a gyökalatti kéttagú kifejezést nem alakíthatjuk teljes négyzetté).

A megadott egyenlet tehát a $\lambda=4$ érték mellett jelent egyenespárt, az y-ra kapott kifejezésből a két egyenes egyenlete

$$y=-2x+3 \qquad \text{és} \qquad y=-2x-1.$$

Katona Gyula (Bp. VIII., Kandó híradásip. t. III. o. t.)

II. megoldás: A két egyenesből álló „egyenespár” (másszóval degenerált, elfajult kúpszelet) egyenlete az egyenesek egyenletének összeszorzásával állítható elő. A szóbanforgó egyenespár egyik egyenesének egyenlete sem lehet $x=a$ (konstans) alakú, hiszen ezt az egyenletet egy másik, x-ben, y-ban elsőfokú egyenlettel összeszorozva y^2-es tagot nem kaphatunk. A két egyenes egyenlete tehát $y=m_1x+b_1$, illetőleg $y=m_2x+b_2$ alakban írható. A két egyenesből alkotott degenerált kúpszelet egyenlete (a 0-ra rendezett alakok összeszorzásával):

$$\begin{gathered}(y-m_1x-b_1)(y-m_2x-b_2)=\\ =m_1m_2x^2-(m_1+m_2)xy+y^2+(m_1b_2+m_2b_1)x-(b_1+b_2)y+b_1b_2=0.\end{gathered}$$

Az adott és a most kapott egyenlet együtthatóinak összehasonlításából a következő egyenletekhez juthatunk:

$$\begin{aligned} m_1\cdot m_2&=\lambda, & -(b_1+b_2)&=-2,\\ -(m_1+m_2)&=4, & b_1b_2&=-3,\\ m_1b_2+m_2b_1&=-4. \end{aligned}$$

A kapott egyenletrendszerből az ismeretlenek kiszámíthatók. Az utolsó két egyenlet alapján b_1 és b_2 az $x^2-2x-3=0$ egyenlet két gyökeként adódik: $b_1=3$, $b_2=-1$. Ezeket felhasználva a második és harmadik egyenletből $m_1=m_2=-2$. Ebből $\lambda=m_1m_2=4$.

Az adott egyenlet tehát $\lambda=4$ érték mellett lesz egyenespár egyenlete. m_1, m_2, b_1, b_2 ismeretében az egyenesek egyenletének összeszorzásával $\big[(y+2x-3)\cdot(y+2x+1)=0\big]$ ellenőrizhetjük, hogy a feladat megoldása valóban helyes eredményre vezetett.

Bender Cecilia (Bp. I., Szilágyi lg. III. o. t.)