I. megoldás: Átalakíthatjuk $f(t)$-t egyetlen szög sinusának konstansszorosává, ha találunk egy olyan λ állandót, amelyre az

$$\mathrm{f}(t)=\lambda\left(\frac{a}{\lambda}\sin t+\frac{b}{\lambda}\cos t\right)$$

átalakításban $\frac{a}{\lambda}$ és $\frac{b}{\lambda}$ ugyanannak a szögnek sinusa és cosinusa; ehhez pedig az kell csak, hogy a kettő négyzetösszege 1 legyen, azaz

$$\lambda=\sqrt{a^2+b^2}.$$

Ez esetben (figyelembe véve a és b előjelét is) egyértelműen meg van határozva az a 0 és 2π közé eső φ szög, amelyre

$$\cos\varphi=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\qquad \sin\varphi=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

és

$$\mathrm{f}(t)=\sqrt{a^2+b^2}\sin(t+\varphi).$$

Ez akkor veszi fel a maximumát, ha

$$\sin(t+\varphi)=1,$$

azaz 0 és 2π közé eső t-re $\varphi\leq\frac{\pi}{2}$ esetén akkor, ha

$$t=\frac{\pi}{2}-\varphi,$$

$\frac{\pi}{2}<\varphi\leq 2\pi$ esetén akkor, ha

$$t=\frac{5\pi}{2}-\varphi.$$

A maximum értéke $\sqrt{a^2+b^2}$.

Pásztor Erzsébet (Makó, József A. g. III. o. t.)

II. megoldás: Arra az esetre adunk új megoldást, mikor $a,b>0$. A centrálisan elhelyezkedő ellipszis paraméteres egyenlete: $x=b\cos t$, $y=a\sin t$, ha az X tengelyre eső tengely hossza $2b$, az Y tengelyre eső tengely hossza pedig $2a$. Feladatunk azt kívánja, hogy állapítsuk meg az ellipszis pontjaihoz tartozó koordináták összegének maximumát.

Azon pontok mértani helye, amelyek koordinátáinak összege egy d állandó, egyenes, melyek egyenlete $y=-x+d$. Meg kell keresnünk azt a legnagyobb d értéket, amelynél az előbbi egyenesnek még van az $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ ellipszissel közös pontja, vagyis azt a d értéket kell meghatároznunk, amelynél az $y=-x+d$ egyenes érinti az $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ ellipszist. Helyettesítsük be az ellipszis egyenletébe $y-t$, és rendezzünk x hatványai szerint:

$$(a^2+b^2)x^2-2b^2dx+b^2d^2+a^2b^2=0.$$

A szóban forgó egyenes akkor érintő, ha a másodfokú egyenletnek két egyenlő gyöke van, vagyis a diszkriminánsa nulla, azaz

$$4b^4d^2+4a^4b^2-4a^2b^2d^2+4a^2b^4-4b^4d^2=0.$$

Ebből, mivel $4a^2b^2\neq 0$, $\qquad a^2+b^2=d^2.$

Ennek alapján

$$\mathrm{f}(t)_{\max}=(a\sin t+b\cos t)_{\max}=(y+x)_{\max}=(d)_{\max}=\sqrt{a^2+b^2}.$$

Wollner Róbert (Szeged, Radnóti g. IV. o. t.)

III. megoldás: A függvény szélső értékének helye nem változik meg azáltal, hogy a függvényt négyzetre emeljük:

$$\begin{aligned}y=\mathrm{f}^2(t)&=a^2\sin^2 t+2ab\sin t\cos t+b^2\cos^2 t=\\&=a^2(1-\cos^2 t)+2ab\sin t\cos t+b^2(1-\sin^2 t)=\\&=a^2+b^2-(a\cos t-b\sin t)^2.\end{aligned}$$

Az $y(t)$ függvény maximuma ott van, ahol a zárójelben levő kifejezés nulla, és a maximuma ekkor $y(t)_{\max}=a^2+b^2$. Tehát a keresett függvény maximuma

$$\mathrm{f}(t)_{\max}=\sqrt{a^2+b^2}.$$

Szatmári Zoltán (Bp. VIII., Piarista g. IV. o. t.)