Tegyük fel, hogy A és B nem 0, mert ha valamelyik is 0, már közismert függvény maximumát kell megállapítani.

Fejezzük ki f(t)-t a t szögfüggvényeivel:

$$\mathrm{f}(t)=A\sin t+B\sin 2t=A\sin t+2B\sin t\cos t=\sin t\cdot(A+2B\cos t).$$

Mivel csak az $f(t)\geq 0$ értékeket vizsgáljuk, ezért $f(t)$ helyett vizsgálhatjuk a $g(t)=f^2(t)$ függvényt. $f(t)$ és $g(t)$ ugyanazokon a helyeken veszi fel a maximumát.

$$\begin{aligned}\mathrm{g}(t)&=\sin^2 t(A+2B\cos t)^2=(1-\cos^2 t)(A+2B\cos t)^2=\\&=(1-\cos t)(1+\cos t)(A+2B\cos t)(A+2B\cos t).\end{aligned}$$

A függvény maximumának helye nem változik meg, ha itt az első és második tényezőt egy-egy pozitív m, illetőleg n tényezővel megszorozzuk. Próbáljuk ezeket úgy megválasztani, hogy a négy tényező összege t-től független, azaz állandó legyen. Ezesetben $g(t)$ maximumát akkor éri el, amikor a tényezők egyenlőek.

Az összeg

$$(4B-m+n)\cos t+m+n+2A.$$

Ez t-től független, ha

(1)
$$4B-m+n=0.$$

A tényezők akkor egyenlők, ha pl.

$$m(1-\cos t)=A+2B\cos t,$$

ebből

$$m=\frac{A+2B\cos t}{1-\cos t}$$

és

$$n(1+\cos t)=A+2B\cos t,$$

ebből

$$n=\frac{A+2B\cos t}{1+\cos t}.$$

Helyettesítsük n és m értékét (1)-be:

$$\frac{A+2B\cos t}{1+\cos t}-\frac{A+2B\cos t}{1-\cos t}+4B=0.$$

Rendezve:

$$4B\cos^2 t+A\cos t-2B=0.$$

A másodfokú egyenlet gyökei

$$(\cos t)_{1,2}=\frac{-A\pm\sqrt{A^2+32B^2}}{8B}.$$

Tehát $g(t)$-nek – és akkor $f(t)$-nek is – maximuma a $\cos t$ fenti értékeinél lép fel.

Ekkor a maximum:

$$\begin{aligned}\mathrm{f}(t)_{\max}&=A\sin t(A+2B\cos t)=\pm\sqrt{1-\cos^2 t}\,(A+2B\cos t)=\\&=\pm\sqrt{1-\frac{\left(-A\pm\sqrt{A^2+32B^2}\right)^2}{64B^2}}\left(A+2B\cdot\frac{-A\pm\sqrt{A^2+32B^2}}{8B}\right)=\\&=\pm\frac{\sqrt{32B^2\pm 2A\sqrt{A^2+32B^2}-2A^2}\cdot\left(3A\pm\sqrt{A^2+32B^2}\,\right)}{32B}=\\&=\pm\frac{\sqrt{\left(3A\pm\sqrt{A^2+32B^2}\right)\left(-A\pm\sqrt{A^2+32B^2}\right)}\left(3A\pm\sqrt{A^2+32B^2}\right)}{32B}=\\&=\pm\frac{\sqrt{\left(3A\pm\sqrt{A^2+32B^2}\right)^3\left(-A\pm\sqrt{A^2+32B^2}\right)}}{32B}.\end{aligned}$$

Ha B pozitív, akkor a tört előtti pozitív előjel, ha B negatív, akkor a negatív előjel érvényes. A gyökjel alatt pozitív értéknek (esetleg 0-nak) kell állni. Ezért a gyökjel alatti előjelet úgy kell megválasztani A és B értékétől függően, hogy a két tényező előjele mindig azonos legyen.

Pödör Bálint (Bp. II., Rákóczi g. III. o. t.)