Ha $p=1$, akkor az egyenlet egyenest jelent. Ha $p\neq 1$, akkor a görbe egyenletét átalakítva így írhatjuk:

$$y=(p-1)\left(x+\frac{p}{p-1}\right)^2-\frac{p^2}{p-1}+4,$$

ami mutatja, hogy a görbe parabola, amelynek tengelye párhuzamos az y tengellyel, és csúcsának koordinátái:

$$u=-\frac{p}{p-1}\qquad v=4-\frac{p^2}{p-1}.$$

1. Ha g_p érinti az x tengelyt, akkor $v=0$,

$$\frac{p^2}{p-1}=4,\qquad \text{amiből}\qquad p^2-4p+4=(p-2)^2=0,$$

tehát

$$p=2,$$

és így g_p egyenlete:

$$y=x^2+4x+4=(x+2)^2.$$

A csúcspont ez esetben $\mathbf{A(-2;0)}$.

2. esetben a parabolának az y-tengely szimmetria tengelye, ami azt jelenti, hogy ha x-et $-x$-szel cseréljük is fel, ugyanazt az y értéket kapjuk, tehát g_p egyenletéből hiányoznia kell az x-et tartalmazó elsőfokú tagnak, vagyis

$$p=0,$$

és g_p egyenlete így:

$$y=-x^2+4=-(x^2-4).$$

A csúcspont: $\mathbf{B(0;4)}$.

3. Mindkét parabola előállítható az $y=x^2$ parabolából, mégpedig az A csúcsú úgy, hogy az $y=x^2$ parabolát 2 egységgel balra toljuk, a B csúcsú pedig úgy, hogy tükrözzük a $(0;2)$ pontra. A két parabola tehát egybevágó. Ha a B csúcspontú parabolát AB felezőpontjára tükrözzük, akkor B átmegy A-ba, a tengelyek is egymásra kerülnek, így a két egybevágó parabola szintén fedi egymást. Ezzel igazoltuk a 3. állítást.

4. Ha létezik olyan pont, amelyen a görbesor minden görbéje átmegy, akkor ennek koordinátái nem függhetnek p-től. Rendezzük a g_p adott egyenletét p szerint:

$$y=p(x^2+2x)-x^2+4.$$

p együtthatója:

$$x^2+2x=x(x+2)$$

eltűnik, ha

$$x=0,\qquad \text{amikor is}\qquad y=4,$$

vagy ha

$$x=-2,\qquad \text{s ekkor}\qquad y=0.$$

Ezek a pontok pedig az A és a B, tehát ez a két pont rajta van a g_p egyenlettel jellemzett görbesereg minden görbéjén.

Puruczky Éva (Makó, József A. g. IV. o. t.)