A két oldal különbségét képezve a nevező pozitív lesz, elég tehát a számlálót vizsgálni.

$$\begin{aligned}
&(n-1)(1+a+a^2+\ldots+a^{n-1}+a^n)-(n+1)(a+a^2+\ldots+a^{n-1})=\\
&=(n-1)-2(a+a^2+\ldots+a^{n-1})+(n-1)a^n=\\
&=(1-a)+(1-a^2)+\ldots+(1-a^{n-1})+(a^n-a)+\ldots+(a^n-a^{n-2})+(a^n-a^{n-1})=\\
&=(1-a)+(1-a^2)+\ldots+(1-a^{n-1})+a(a^{n-1}-1)++\ldots+a^{n-2}(a^2-1)+a^{n-1}(a-1)=\\
&=(1-a)(1-a^{n-1})+(1-a^2)(1-a^{n-2})+\ldots+(1-a^{n-1})(1-a).
\end{aligned}$$

Itt egyik tag sem negatív, mert a két tényezője nem lehet ellenkező előjelű. Ha $a=1$, akkor minden tag 0, más esetben mind pozitív. Mivel minden átalakítás ellenkező irányban is elvégezhető, így bebizonyítottuk a feladatban szereplő egyenlőtlenséget azzal a kiegészítéssel, hogy egyenlőség csak az $a=1$ esetben következhetik be.