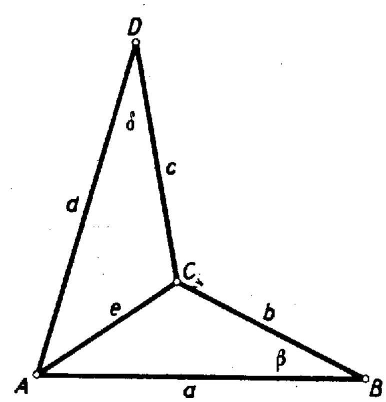
Minden négyszög területe (akár konvex, akár konkáv) legalább az egyik átlóval két háromszög területének összegére bontható. Tegyük fel, hogy $AC = e$ egy ilyen átló. A betűzést az ábra mutatja.



A négyszög területe

(1) $$t = \frac{1}{2}ab\sin\beta + \frac{1}{2}cd\sin\delta,$$

ahol $\beta < 180°$, és $\delta < 180°$.

Az $AC = e$ átló négyzetét mindkét háromszögből a cosinus-tétellel kifejezve

$$a^2 + b^2 - 2ab\cos\beta = c^2 + d^2 - 2cd\cos\delta,$$

vagyis

(2) $$a^2 + b^2 - c^2 - d^2 = 2ab\cos\beta - 2cd\cos\delta.$$

(1) négyszeresének négyzetéhez hozzáadva a (2) négyzetét:

$$16t^2 + \left(a^2 + b^2 - c^2 - d^2\right)^2 = (2ab\sin\beta + 2cd\sin\delta)^2 + (2ab\cos\beta - 2cd\cos\delta)^2$$

A jobb oldalt tagokra bontva és figyelembe véve, hogy $\sin^2\beta + \cos^2\beta = \sin^2\delta + \cos^2\delta = 1$:

$$16t^2 + \left(a^2 + b^2 - c^2 - d^2\right)^2 = 4a^2b^2 + 4c^2d^2 - 8abcd(\cos\beta\cos\delta - \sin\beta\sin\delta),$$

vagyis

$$16t^2 = 4a^2b^2 + 4c^2d^2 - \left(a^2 + b^2 - c^2 - d^2\right)^2 - 8abcd\cos(\beta + \delta).$$

A $16t^2$ érték – adott a, b, c, d oldalak esetén – tehát csak a $cos(\beta + \delta)$ értékétől függ, mégpedig $16t^2$-nek, és vele a pozitív t-nek akkor van maximuma, ha a $8abcd\cos(\beta + \delta)$ minimális, vagyis, $\cos(\beta + \delta)$ értéke minimális, azaz

$$\cos(\beta + \delta) = -1, \qquad \text{ahonnan} \qquad \beta + \delta = 180°,$$

azaz a négyszög húrnégyszög.

Ortutay Miklós (Hajdúnánás, Körösi Csoma g. I. o. t.)