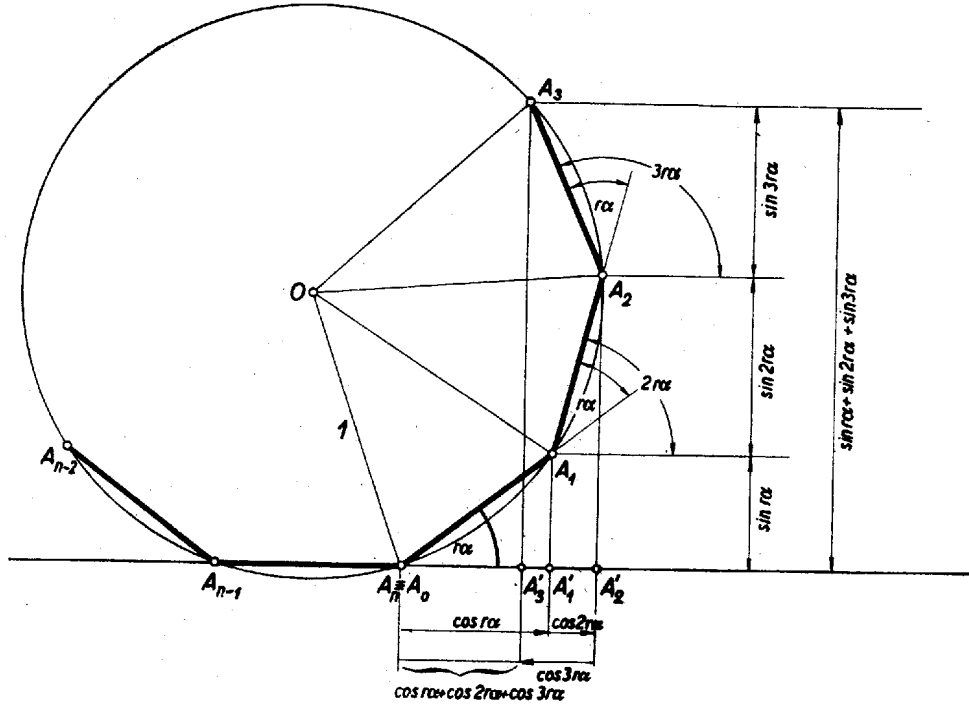


1) Legyen  $n$   $r$ -nek osztója, akkor  $r\alpha = \frac{r}{n}2\pi$ , és mivel  $\frac{r}{n}$  a feltétel szerint egész szám az  $a$ ) összeg minden tagja 0, tehát az összeg is 0. Az  $n$ -tagú  $b$ ) összeg minden tagja pedig 1, és így az összeg értéke  $n$ .

2. Ha  $n$  nem osztója  $r$ -nek, akkor mérjük fel egy  $O$  középpontú egységsugarú körben egymás után egy  $A_0$  pontból kiindulva az  $r\alpha$  középponti szöget. Akkor a körön az  $A_1$  ( $r\alpha$ ),  $A_2$  ( $2r\alpha$ ),  $A_3$  ( $3r\alpha$ ), ...,  $A_n$  ( $nr\alpha$ ) szögpontokhoz jutunk. Mivel  $nr\alpha = n \frac{r \cdot 2\pi}{n} = r \cdot 2\pi$ , azért az  $n$ -edik méréssel mindenesetre (esetleg több körüljárás után és esetleg már korábban is) visszaérkezünk a kiindulási  $A_0$  ponthoz, vagyis a szögpontok egy szabályos sokszög, illetőleg csillagsokszög csúcspontjai.



A sokszög mindegyik oldala az előző oldalhoz képest  $O$  körül  $r\alpha$  szöggel van elforgatva, vagyis a sokszög oldalai az  $A_{n-1}A_0$  oldallal rendre az  $r\alpha, 2r\alpha, 3r\alpha, \dots, nr\alpha$  szöget zárják be, és így e sokszögoldalok vetületei az  $A_{n-1}A_0$  egyenesen előjellel adódnak, és rendre a  $b$ ) sor tagjai, az  $A_{n-1}A_0$ -re merőleges egyenesen pedig az oldalak vetületei szintén előjellel adódnak, és rendre az  $a$ ) sor tagjai. Mivel pedig  $n$  lépés után feltétlenül visszaérkezünk (esetleg többszöri körüljárás után) az  $A_0$  pontba, azért a sokszögoldalok vetületeinek algebrai összege, vagyis az  $a$ ) és  $b$ ) sorok összege 0.

Rockenbauer Antal (Bp. X., I. László g. IV. o. t.)