Az S_n sorozat tagjaiban szereplő binomiális együttható helyére írjuk be az értéküket:

$$S_n = 1 \cdot 2 \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} + 2 \cdot 3 \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \ldots +$$
$$+ k(k+1) \frac{n(n-1)\ldots(n-k)}{1 \cdot 2 \ldots (k-1)k(k+1)} + \ldots + (n-2)(n-1)n + (n-1)n \cdot 1.$$

Végezzük el a kínálkozó egyszerűsítéseket:

$$S_n = n(n-1) + n(n-1)(n-2) + \ldots + \frac{n(n-1)\ldots(n-k)}{1 \cdot 2 \ldots (k-1)} +$$
$$+ \ldots + (n-2)(n-1)n + (n-1)n.$$

Emeljük ki a jobb oldal minden tagjában előforduló $n(n-1)$-t:

$$S_n = n(n-1)\left[1 + (n-2) + \ldots + \frac{(n-2)(n-3)\ldots(n-k)}{1 \cdot 2 \ldots (k-1)} + \ldots + (n-2) + 1\right].$$

Vegyük észre, hogy a szögletes zárójelben szereplő tagok egy-egy binomiális együtthatóként foghatók fel, és így

$$S_n = n(n-1)\left[\binom{n-2}{0} + \binom{n-2}{1} + \ldots + \binom{n-2}{k-1} + \ldots + \binom{n-2}{n-3} + \binom{n-2}{n-2}\right].$$

Mivel pedig a binomiális tétele alapján

$$2^{n-2} = (1+1)^{n-2} = \binom{n-2}{0} + \binom{n-2}{1} + \ldots + \binom{n-2}{k-1} + \ldots + \binom{n-2}{n-3} + \binom{n-2}{n-2},$$

ezért

$$s_n = n(n-1)2^{n-2}.$$

Pásztor Erzsébet (Makó, József A. g. III. o. t.)