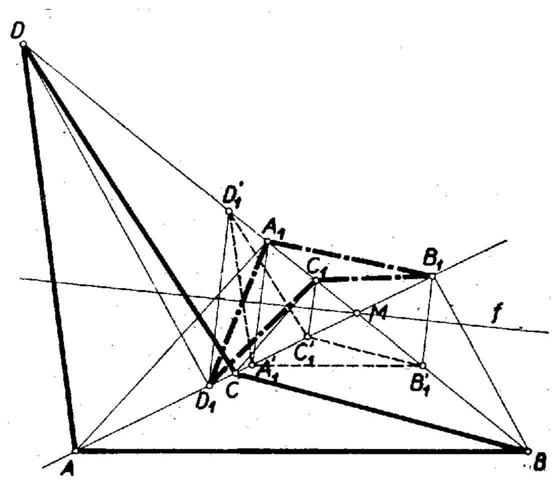
A feladat előírása szerint előállítjuk az $A_1B_1C_1D_1$ négyszöget (1. és 2. ábra).

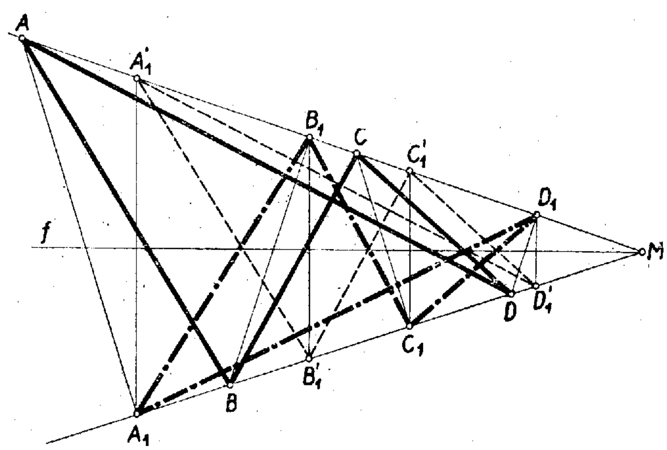


1. ábra

Jelöljük az átlók metszéspontját M-mel. Az AA_1M, BB_1M, CC_1M, DD_1M derékszögű háromszögek egymás között mind hasonlók, mert egyik hegyesszögük vagy közös, vagy csúcsszög. Tehát e háromszögekben a megfelelő oldalak aránya megegyezik:

$$MA_1 : MA = MB_1 : MB = MC_1 : MC = MD_1 : MD = r.$$

Tükrözzük az $A_1B_1C_1D_1$ négyszöget az átlók valamely szögfelezőjére, nyerjük az $A_1'B_1'C_1'D_1'$ négyszöget. Mivel az A_1, C_1 és B_1, D_1 pontok a szerkesztés szerint a BD, ill. AC átlón vannak, azért szükségképpen a tükörképek: A_1', C_1' az AC átlóra, a B_1', D_1' a BD átlóra kerülnek, továbbá $MA_1' = MA_1$, $MB_1' = MB_1$, $MC_1' = MC_1$ és $MD_1' = MD_1$, és így az $A_1'B_1'C_1'D_1'$ négyszög az eredeti $ABCD$ négyszögnek az M hasonlósági pántból váló r arányú kicsinyítése.



2. ábra

Ha hurkolt négyszög esetén az átlók párhuzamosak (tehát M pontról nem beszélhetünk), akkor kézenfekvő, hogy $A_1B_1C_1D_1 \cong ABCD$, mert $A_1B_1C_1D_1$ nem más, mint az $ABCD$ négyszögnek a párhuzamos átlók középvonalára vett tükörképe

Ezzel a feladat állítását bebizonyítottuk.

Gergely Ervin (Bp. IV., Könyves K. g. IV. o. t.)