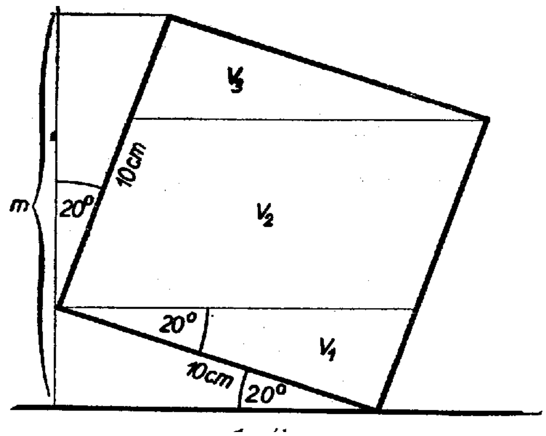
A kocka az asztallappal párhuzamos éleken áthaladó, az asztallappal párhuzamos síkokkal V_1, V_2, V_3 köbtartalmú részekre bontható. (Lásd az 1. ábrát, amely az asztallapban levő élre merőleges síkmetszetet ábrázolja.)



1. ábra

A szimmetria viszonyok miatt nyilvánvaló, hogy $V_1 = V_3$. Jelöljük a kockában levő víz térfogatát T-vel. A keresett magasságot aszerint számítjuk ki, amint

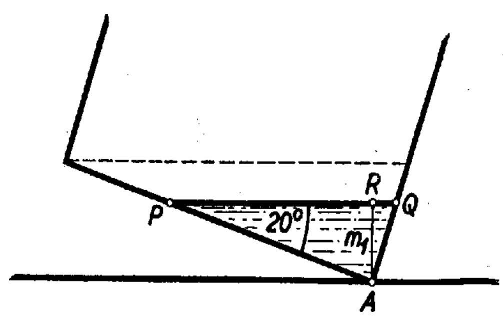
(1) $$T < V_1,$$
(2) $$V_1 < T < V_1 + V_2,$$
(3) $$T > V_1 + V_2.$$

A kocka köbtartalma $K = 1000\ \text{cm}^3$.

$V_1 = V_3 = \left(\dfrac{1}{2} 10 \cdot 10 \operatorname{tg} 20°\right) \cdot 10 = 500 \operatorname{tg} 20° = 182\ \text{cm}^3$,

$V_1 + V_2 = K - V_3 = 818\ \text{cm}^3$, és így az *a), b), c)* esetekben rendre (1), (2), ill. (3) szerint kell eljárni.

a) $T = 100\ \text{cm}^3$, s így a víz által alkotott 3 oldalú hasáb derékszögű háromszög alakú APQ alaplapjának (2. ábra) területe $\dfrac{100\ \text{cm}^3}{10\ \text{cm}} = 10\ \text{cm}^2$.



2. ábra

Az alaplap PQ átfogóját c-vel, a keresett AR magasságot m_1-gyel jelölve

$$c = \frac{PA}{\cos 20°} = \frac{m_1}{\sin 20° \cos 20°},$$

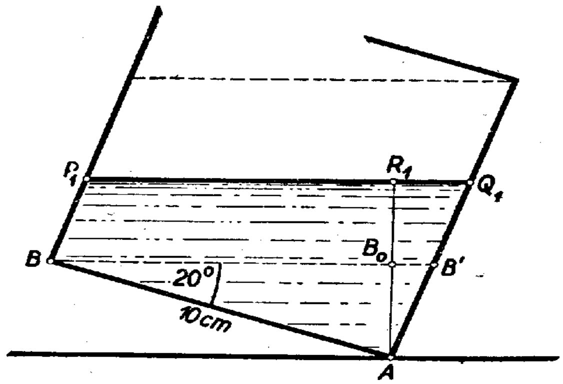
és így az alaplap területe

$$\frac{cm_1}{2} = \frac{m_1^2}{2 \sin 20° \cos 20°} = \frac{m_1^2}{\sin 40°} = 10,$$

amiből

$$m_1 = \sqrt{10 \sin 40°} = 2{,}53\ \text{cm}.$$

b) $T = 450\ \text{cm}^3$, és így a víz alkotta négyoldalú egyenes hasáb ABP_1Q_1 (3. ábra) alaplapjának területe $\dfrac{450\ \text{cm}^3}{10\ \text{cm}} = 45\ \text{cm}^2$.



3. ábra

Legyen a keresett magasság $AR_1 = AB_0 + B_0R_1 = m_2$.

$$AB_0 = 10\sin 20^\circ = 3{,}42\ \text{cm}.$$

Az $ABB'_\triangle$ területe pedig – mint láttuk – $\dfrac{182\ \text{cm}^3}{10\ \text{cm}} = 18{,}2\ \text{cm}^2$, és így a $BB'Q_1P_1$ paralelogramma területe $45 - 18{,}2 = 26{,}8\ \text{cm}^2$. Tehát

$$BB' \cdot B_0R_1 = \frac{10}{\cos 20^\circ} \cdot B_0R_1 = 26{,}8.$$

Ebből

$$B_0R_1 = 2{,}68\cos 20^\circ = 2{,}52\ \text{cm},$$

tehát a keresett magasság

$$m_2 = 3{,}42 + 2{,}52 = 5{,}94\ \text{cm}.$$

c) Ez esetben a kocka vízmentes része – a centrális szimmetria folytán – egybevágó azzal a hasábbal, melyet az *a)* esetben a víz alkot, tehát a keresett magasság $m_3 = m - m_1$, ahol m jelenti az asztallaptól legtávolabbi kockaél távolságát az asztallaptól, vagyis (1. ábra)

$$m = 10\sin 20^\circ + 10\cos 20^\circ = 10(\sin 20^\circ + \cos 20^\circ) = 12{,}82\ \text{cm},$$

és így

$$m_3 = m - m_1 = 12{,}82 - 2{,}53 = 10{,}29\ \text{cm}.$$

Papp Éva (Bp. VIII., Ságvári E. lg. II. o. t.)