Egyenletünkben a legmagasabb fokú tag együtthatója 1, az összes többi együttható egész, tehát a racionális gyökök csak egész számok lehetnek, és ezek az állandó tag, azaz p osztói közül kerülhetnek ki. Mivel p törzsszám, a lehetséges gyökök $x=\pm 1$, $\pm p$.

Mivel az egyenletben x-nek csak páros hatványai szerepelnek, azért ha $x=a$ gyöke az egyenletnek, akkor $x=-a$ is az, Ismeretes, hogy a gyökök szorzata (az előjeltől eltekintve) az állandó taggal egyenlő.

Tegyük fel, hogy p gyöke az egyenletnek. Ekkor $-p$ is az, s így az állandó tagnak, p-nek osztója $p(-p)=-p^2$, ami lehetetlen. (Az 1 nem prímszám.)

Ha p nem gyöke az egyenletnek, akkor a gyökök ± 1 alakúak, így szorzatuk nem lehet p.

Látható tehát, hogy nem létezik a feladat feltételeinek megfelelő p és n érték úgy, hogy az egyenlet *minden* gyöke racionális legyen.

Megjegyzés: Ha csak azt követeljük, hogy az egyenletnek racionális gyöke legyen, akkor van megoldás.

Egyenletünk így is írható:

$$x^2\left[x^{2(n-1)}+2x^{2(n-2)}+\ldots+n\right]=p.$$

Mint láttuk, bármely racionális gyök csak egész szám lehet, tehát $\frac{p}{x^2}$ szükségképpen egész szám, ami csak úgy lehet, hogy $x^2=1$.

Ezt az értéket behelyettesítve egyenletünkbe

$$1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}=p,$$

ami csak $n=1$, $n=2$ esetben állhat fenn, mert $n>2$ esetén n és $n+1$ közül az egyik $2k$, a másik $2k\pm 1$ alakú ($k>1$), és így $p=k(2k\pm 1)$ alakú volna, ami ellentmond annak, hogy p prím.

$n=1$ esetén $p=1$, de 1 nem prímszám.

$n=2$ esetén $p=3$, és az egyenlet

$$x^4+2x^2-3=(x^2-1)(x^2+3)=0,$$

amikor a két racionális gyökön ($x_1=1$, $x_2=-1$) kívül van még két nem valós gyök.

Gergely Ervin (Bp. IV., Könyves Kálmán g. IV. o. t.)
Schipp Ferenc (Mohács, Kisfaludy K. g. IV. o. t.)