

Az egyenlet az $x = \pm\sqrt{5}$ és $x = -2$ értékekre nincs értelmezve, tehát ezeket az értékeket ki kell zárunk. Mindkét oldalt négyzetre emelve

$$\frac{4(x^4 - 6x^2 + 9)}{x^4 - 10x^2 + 25} = \frac{5x + 6}{x + 2}.$$

A törteket eltávolítva és rendezve

$$x^5 - 2x^4 - 26x^3 - 12x^2 + 89x + 78 = 0.$$

Ismert tétel szerint, ha van racionális gyöke ennek az egyenletnek, az csak 78 osztói közül kerülhet ki. Kevés kísérletezés után megállapíthatjuk, hogy $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_3 = -3$ kielégíti az egyenletet.

A baloldalon álló többtagút $(x+1)(x-2)(x+3) = x^3 - 2x^2 - 5x - 6$ polinommal osztva $(x^2 - 4x - 13)$ -at nyerünk, vagyis egyenletünk így írható:

$$(x+1)(x-2)(x+3)(x^2 - 4x - 13) = 0.$$

Az ötödfokú egyenlet még hiányzó két gyökét az

$$x^2 - 4x - 13 = 0$$

másodfokú egyenlet szolgáltatja.

Ebből

$$x_4 = 2 + \sqrt{17} \quad \text{és} \quad x_5 = 2 - \sqrt{17}.$$

Behelyettesítéssel adódik, hogy csak az

$$x_2 = 2 \quad \text{és} \quad x_5 = 2 - \sqrt{17}$$

elégíti ki eredeti egyenletünket.

Kisvölcssey Jenő (Bp. VIII., Piarista g. II. o. t.)