I. megoldás: Ha a második és harmadik tagot polinomokká alakítjuk, és a tagokat átcsoportosítjuk, akkor észrevesszük, hogy $(y-z)$ kiemelhető:

$$\begin{aligned}A &= x^3(y-z)+y^3z-y^3x+z^3x-z^3y=\\&=x^3(y-z)-x(y^3-z^3)+yz(y^2-z^2)=\\&=(y-z)\big[x^3-x(y^2+yz+z^2)+yz(y-z)\big]=\\&=(y-z)(x^3-xy^2-xyz-xz^2+y^2z+yz^2).\end{aligned}$$

Mivel A szimmetrikus x, y, z-ben (x, y, z ciklikus felcserélésével A önmagába megy át), azért $(z-x)$ és $(x-y)$-nek is kiemelhetőnek kell lennie. Csoportosítsuk a második tényezőben a tagokat megfelelő módon:

$$\begin{aligned}A &= (y-z)\big[x(x^2-y^2)-yz(x-y)-z^2(x-y)\big]=\\&=(y-z)(x-y)(x^2+xy-yz-z^2)=\\&=(y-z)(x-y)\big[x^2-z^2+y(x-z)\big]=\\&=(y-z)(x-y)(x-z)(x+z+y)=-(x-y)(y-z)(z-x)(x+y+z).\end{aligned}$$

Madarász Klára (Szeged, Tömörkény lg. II. o. t.)

II. megoldás: A tekinthető pl. x-ben harmadfokú polinomnak. Ha az $A=0$ egyenlet gyökeit x_1, x_2, x_3-mal jelöljük, akkor mint ismeretes

$$A=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3),$$

ahol a x-től független állandó.

Vegyük észre, hogy ha A-ban x helyébe y-t vagy z-t helyettesítünk, A 0-vá válik, tehát $x_1=y$ és $x_2=z$, és így még a és x_3 meghatározása van hátra a következő egyenletből:

$$A=x^3(y-z)+y^3(z-x)+z^3(x-y)=a(x-y)(x-z)(x-x_3).$$

A bal és jobb oldalon x azonos kitevőjű hatványához tartozó együtthatók megegyeznek.

x^3-nak együtthatója a bal oldalon $(y-z)$, a jobb oldalon a, tehát

$$a=y-z.$$

x^2-nek együtthatója a bal oldalon 0, a jobb oldalon $-ay-az-ax_3$, tehát

$$-ay-az-ax=0,$$

ahonnan

$$x_3=-(y+z).$$

Eszerint tehát

$$A=(y-z)(x-y)(x-z)(x+y+z)=-(x-y)(y-z)(z-x)(x+y+z).$$

Jáky Mária (Pécs, Bányaip. t. III. o. t.)