I. megoldás: Legyen az ismeretlen egész szám x, a két négyzetszám a^2, illetve b^2. Ekkor a feladat szövege szerint:

$$x + 100 = a^2, \tag{1}$$

$$x + 164 = b^2. \tag{2}$$

(2)-ből (1)-et kivonva

$$64 = b^2 - a^2 = (b + a)(b - a). \tag{3}$$

$(b + a)$ és $(b - a)$ tényezők közül mindkettő nem lehet páratlan, mert szorzatuk (64) páros; ha egyik páratlan, és a másik páros, akkor a és b nem egész számok. Tehát szükségképen mindkettő páros

$$(b + a)(b - a) = \begin{cases} 32 \cdot 2 \\ 16 \cdot 4 \\ \ \,8 \cdot 8 \end{cases}$$

Az első esetben

$$a = 15 \qquad b = 17 \qquad \text{és így} \quad x = 15^2 - 100 = 17^2 - 164 = 125,$$

a második esetben

$$a = 6 \qquad b = 10, \qquad \text{és így} \quad x = 6^2 - 100 = 10^2 - 164 = -64,$$

a harmadik esetben

$$a = 0, \qquad b = 8 \qquad \text{és így} \quad x = 0^2 - 100 = 8^2 - 164 = -100.$$

Tehát – amennyiben a nullát is négyzetszámnak tekintjük – feladatunknak három megoldása van.

Beliczky Tibor (Celldömölk, Gábor Áron g. IV. o. t.)

II. megoldás: (3) így is írható:

$$b^2 = a^2 + 8^2.$$

Ismeretes, hogy a pitagoraszi számhármasokat, ha a számok relatív primek, a következő módon bonthatjuk fel (lásd Rademacher–Toeplitz: Számokról és alakzatokról, Tankönyvkiadó 1953, 88. old., vagy a 727. feladat II. megoldása, K. M. L. XIII., kötet 2. szám, 48. old.):

$$b = u^2 + v^2, \qquad a = u^2 - v^2, \qquad 8 = 2uv,$$

ahol u és v relatív primek $u \geq v$. Ha a hármas számai nem relatív primek, akkor a fenti előállítás jobboldalain még egy közös ϱ tényező állhat, mely tetszés szerinti egész szám lehet.

Ezek szerint

$$\varrho uv = \begin{cases} 1 \cdot 4 \cdot 1, \\ 2 \cdot 2 \cdot 1, \\ 4 \cdot 1 \cdot 1, \end{cases}$$

és így

$$a = \varrho(u^2 - v^2) = 1(4^2 - 1^2) = 15, \qquad b = 1(4^2 + 1^2) = 17,$$
$$a = 2(2^2 - 1^2) = 6, \qquad b = 2(2^2 + 1^2) = 10,$$
$$a = 4(1^2 - 1^2) = 0, \qquad b = 4(1^2 + 1^2) = 8$$

Meskó Attila (Bp. VII., Madách g. III. o. t.)