I. megoldás: Jelöljük törtünket N-nel. Bontsuk tagokra a köböket, és vonjuk össze:

$$N=\frac{x^2y^4-x^4y^2-y^4z^2+y^2z^4-z^4t^2+z^2t^4-t^4x^2+t^2x^4}{xy^2-x^2y-y^2z+yz^2-z^2t+zt^2-t^2x+tx^2}.$$

Rendezzünk y és t hatványai szerint:

$$N=\frac{y^4(x^2-z^2)+y^2(z^4-x^4)+t^4(z^2-x^2)+t^2(x^4-z^4)}{y^2(x-z)+y(z^2-x^2)+t^2(z-x)+t(x^2-z^2)}=$$
$$=\frac{(z^2-x^2)\big[(z^2+x^2)(y^2-t^2)+(t^4-y^4)\big]}{(z-x)\big[(z+x)(y-t)+(t^2-y^2)\big]}=\frac{(z^2-x^2)(y^2-t^2)(z^2+x^2-t^2-y^2)}{(z-x)(y-t)(z+x-y-t)}$$

Feltéve, hogy $x\neq z$ és $y\neq t$ osztjuk a számlálót és nevezőt $(z-x)(y-t)$-vel kapjuk, hogy

$$N=\frac{(x+z)(y+t)(x^2-y^2-t^2+z^2)}{x-y-t+z}.$$

Máthé Csaba (Győr, Révai g. I. o. t.)

II. megoldás: A számláló és a nevező négy olyan szám köbének összege, amely négy szám összege nulla. Ha pedig $a+b+c+d=0$, akkor az ebből kapott $a+b=-(c+d)$ egyenlőség mindkét oldalát köbreemelve

$$a^3+3ab(a+b)+b^3=-\big[c^3+3cd(c+d)+d^3\big],$$

azaz

$$a^3+b^3+c^3+d^3=-3ab(a+b)-3cd(c+d)=$$
$$=-3ab(a+b)-3cd\big[-(a+b)\big]=3(a+b)(cd-ab).$$

Ennek alapján az adott tört így írható:

$$\frac{3(x^2-z^2)\big[(z^2-t^2)(t^2-x^2)-(x^2-y^2)(y^2-z^2)\big]}{3(x-z)\big[(z-t)(t-x)-(x-y)(y-z)\big]}=$$
$$=\frac{(x+z)\big[(y^4-t^4)-x^2(y^2-t^2)-z^2(y^2-t^2)\big]}{(y^2-t^2)-x(y-t)-z(y-t)}=$$
$$=\frac{(x+z)(y^2-t^2)(y^2+t^2-x^2-z^2)}{(y-t)(y+t-x-z)}=\frac{(x+z)(y+t)(x^2-y^2+z^2-t^2)}{x-y+z-t}$$

ismét feltételezve, hogy $x-z\neq 0$, $y-t\neq 0$.

Tatai Péter (Bp. XIV., I. István g. II. o. t.)

III. megoldás: A nevező x másodfokú polinomjaként fogható fel, minthogy az első és negyedik tagból adódó harmadfokú tagok összege nulla. A polinommá alakítás tényleges elvégzése nélkül behelyettesítéssel közvetlenül belátható, hogy e polinom nullhelyei $x=z$ és $x=y-z+t$. Az első és negyedik tagból x^2 együtthatója: $-3y+3t=-3(y-t)$. Tehát a nevező azonos a következő szorzattal:

$$-3(y-t)(x-z)(x-y+z-t).$$

Ha x, y, t, z helyébe rendre x^2, y^2, t^2, z^2-et írunk, a számlálót kapjuk meg. Így törtünk értéke (ha $x\neq z$, $y\neq t$):

$$\frac{-3(y^2-t^2)(x^2-z^2)(x^2-y^2+z^2-t^2)}{-3(y-t)(x-z)(x-y+z-t)}=$$
$$=\frac{(x+z)(y+t)(x^2-y^2+z^2-t^2)}{x-y+z-t}.$$

Gergely Ervin (Bp. IV., Könyves Kálmán g. IV. o. t.)