Az adott egyenes körhenger felszíne $F=2r^2\pi+2r\pi m$ és köbtartalma $V=r^2\pi m$.

Legyen a másik egyenes körhenger sugara r_1, magassága m_1, tehát felszíne, ill. köbtartalma $F_1=2r_1^2\pi+2r_1\pi m_1$ és $V_1=r_1^2\pi m_1$.

A feladat szerint

$$2r^2\pi+2r\pi m=2r_1^2\pi+2r_1\pi m \qquad \text{és} \qquad r^2\pi m=r_1^2\pi m_1,$$

vagyis

$$r^2+mr=r_1^2+m_1r_1, \tag{1}$$

$$r^2m=r_1^2m_1. \tag{2}$$

Az (1) és (2) egyenletekből álló egyenletrendszert kell megoldani r_1 és m_1 ismeretlenekre nézve.

(1)-ből

$$m_1=\frac{r^2+mr-r_1^2}{r_1},$$

(2)-ből

$$m_1=\frac{mr^2}{r_1^2}.$$

Tehát:

$$\frac{mr^2}{r_1^2}=\frac{r^2+mr-r_1}{r_1}.$$

r_1^2-tel szorozva és rendezve:

$$r_1^3-r^2r_1-mrr_1+mr^2=0. \tag{3}$$

Nyilvánvaló, hogy (1) és (2) egyenletrendszert kielégíti az $r_1=r$ és $m_1=m$ gyökpár.

A (3) egyenletet osztva az (r_1-r) gyöktényezővel az

$$r_1^2+rr_1-mr=0$$

másodfokú egyenletet kapjuk, amelyből

$$r_1=\frac{-r\pm\sqrt{r^2+4mr}}{2}.$$

A feladat természetéből adódik, hogy $r_1>0$, ezért a megfelelő gyök:

$$r_1=\frac{\sqrt{r^2+4mr}-r}{2}$$

és így (2) alapján

$$m_1=\frac{1}{r_1^2}\cdot mr^2=\frac{r+2m+\sqrt{r^2+4mr}}{2m^2r}\cdot mr^2=\frac{r^2+2mr+r\sqrt{r^2+4mr}}{2m}.$$

A megadott numerikus értékekkel:

$r_1=\dfrac{\sqrt{8^2+4\cdot 48\cdot 8}-8}{2m^2r}=\dfrac{\sqrt{1600}-8}{2}=16$ cm,

$m_1=\dfrac{mr^2}{r_1^2}=\dfrac{48\cdot 8^2}{16^2}=12$ cm.

Ha a második henger azonos az elsővel, akkor

$r=\dfrac{\sqrt{r^2+4mr}-r}{2}$, vagyis $3r=\sqrt{r^2+4mr}$.

Négyzetreemelve és rendezve kapjuk, hogy $2r^2-mr=0$, amiből az $r=0$ triviális gyöktől eltekintve

$$r=\frac{m}{2}.$$

Tehát a második henger akkor azonos az elsővel, ha az adott henger sugara a magasság fele, vagyis a henger egyenlő oldalú.

Pogány Eörs (Bp. V., Eötvös J. g. III. o. t.)