Jelöljük az adott gömb középpontját O-val. Tekintsünk egy megfelelő P pontot, és azon átmenő három, egymásra páronként merőleges érintő síkot. Ezen érintő síkok mindegyikével párhuzamos érintő síkot fektetve a gömbhöz, egy, a gömb köré írt, $2r$ élhosszúságú kockához jutunk. E kocka minden csúcspontja megfelel a feladat követelményeinek. E csúcspontok, és így a feltételt kielégítő összes pontok, rajta vannak azon az adott gömbbel koncentrikus **G** gömbfelületen, amelynek sugara OP, a kocka testátlójának fele, vagyis $OP = r\sqrt{3}$. Egy ilyen kockát O körül forgatva a **G** gömbfelület bármely pontjába elforgatható a kocka egyik csúcspontja (s közben a többi csúcs is a **G** felületén mozog), vagyis **G** minden pontja megfelelő pont. Tehát a P pontok keresett mértani helye a **G** gömbfelület.

a) Az adott r sugarú gömbön levő érintési pontok szabályos háromszöget alkotnak, melynek oldala két szomszédos kockalap középpontjának egymástól való távolsága: $r\sqrt{2}$. Mivel egy a oldalú szabályos háromszög köré írt kör sugara $\frac{2}{3}\cdot\frac{a}{2}\sqrt{3}=\frac{a}{3}\sqrt{3}$, azért a k kör sugara

$$\varrho=\frac{1}{3}r\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\frac{r\sqrt{6}}{3}.$$

A gömbsüveg felszíne

$$F_1=2r\pi m=2r\pi(r-\sqrt{r^2-\varrho^2})=\frac{2(3-\sqrt{3})}{3}r^2\pi.$$

b) A kúp alkotójának hossza az érintési pontok távolsága a P-től, ami nem egyéb, mint a kockalap átlójának a fele: $r\sqrt{2}$. (A három érintési pont és a P pont tehát egy szabályos tetraédernek 4 csúcsa.)

A kúppalást felszíne

$$F_2=\varrho\pi r\sqrt{2}=\frac{r\sqrt{6}}{3}r\sqrt{2}\pi=\frac{2\sqrt{3}}{3}r^2\pi.$$

A két felszín aránya

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}-1.$$

Danassy Károly (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. g. II. o. t.)