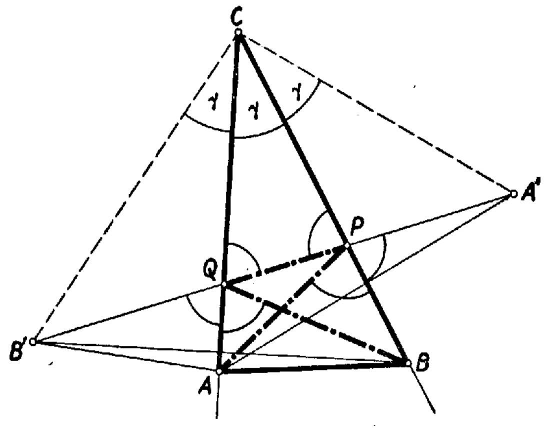
Tekintsük a feladatot megoldottnak. Legyen a mozgó pont pályája $APQB$, ahol P a BC, Q a CA oldalon van; legyen A-nak BC-re vonatkozó tükörképe A', B-nek CA-ra vonatkozó tükörképe B'. A visszaverődés törvénye szerint $QPC\sphericalangle = APB\sphericalangle = A'PB\sphericalangle$ és $PQC\sphericalangle = BQA\sphericalangle = B'QA\sphericalangle$, tehát A', P, Q, B' egy egyenesbe esik. Ennek alapján a pont útja megszerkeszthető.



A megoldhatóság feltétele az, hogy $A'B'$ messe mind a BC, mind a CA oldalt (lásd az ábrát).

A háromszög szögeit rendre α, β, γ-val jelölve, ennek első feltétele, hogy az $A'CB'\sphericalangle = 3\gamma < 180°$ legyen, vagyis

(1) $$\gamma < 60°.$$

Ha (1) teljesül, akkor $\alpha \equiv 90° - \dfrac{\gamma}{2}$ esetén a feladat nyilvánvalóan mindig megoldható.

Ha $\alpha \neq \beta$, akkor – a golyó menetirányának megfordíthatósága miatt – A és B szerepe felcserélhető, és így nem megy az általánosság rovására, ha feltesszük, hogy $\alpha > \beta$, vagyis $CA < CB$. Tehát ha $A'B'$ metszi a CA oldalt, akkor szükségképpen metszi a CB oldalt is.

Az $A'B'$ egyenes – (1) teljesülését feltételezve – akkor és csakis akkor metszi a CA oldalt, ha az

$$A'AB'\sphericalangle = A'AC\sphericalangle + \alpha = 90° - \gamma + \alpha < 180°,$$

vagyis

(2) $$\alpha < 90° + \gamma.$$

Mivel mindig fennáll, hogy $\alpha + \beta = 180° - \gamma$, vagyis $\alpha < 180° - \gamma$, azért

$$45° < \gamma < 60°$$

esetén (2) mindig teljesül.

Tehát a megoldhatóság feltételeit a következőkben foglalhatjuk össze:

1) Ha

$$45° < \gamma < 60°,$$

akkor a feladat mindig megoldható.

2) Ha

$$\gamma \leq 45°,$$

akkor még szükséges és elégséges a megoldhatósághoz, hogy ($\alpha > \beta$ esetén)

$$\alpha < 90° + \gamma.$$

A $\gamma = 60°$ és $\gamma < 45°$, $\alpha = 90° + \gamma$ határesetekben a golyónak a feladat értelmében követelt visszaverődéseiről nem lehet beszélni.

Tóth László (Miskolc, Vill. kp. t. III. o. t.)