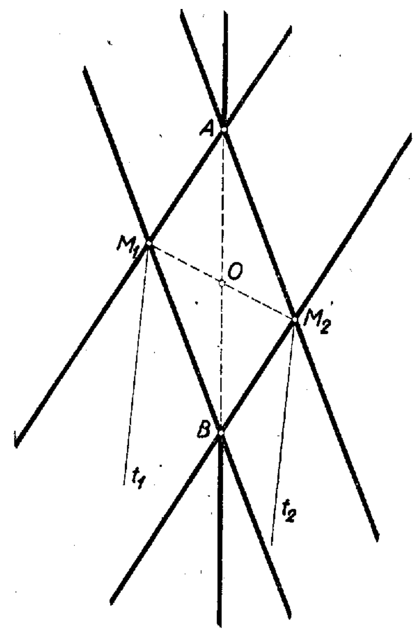
Legyen a két kúpfelület középpontja M_1, és M_2, forgástengelyük t_1, ill. t_2. Rajzunk síkja legyen a $[t_1t_2]$ sík, amely a két kúpfelületből 2–2 alkotót metsz ki; ezek (a kúpok egyenlő nyílása és $t_1 \parallel t_2$ miatt) az M_1AM_2B paralelogammát alkotják (lásd az ábrát).



E paralelogramma átlóinak metszéspontja legyen O. Könnyű belátni, hogy e két kúpfelület rajzunk síkjára szimmetrikus, és ugyanakkor az O pontra nézve centrálisan szimmetrikus.

Az AB-n átmenő és rajzunk síkjára merőleges **S** sík, mindkét kúpból egy-egy hiperbolát (k_1, ill. k_2) metsz ki, amelyeknek – az előbbi szimmetriaviszonyok miatt – O a közös középpontjuk, és AB a közös valós tengelyük.

Az O-ra való tükrözés az M_1 kúpot átviszi az M_2 kúpba, az **S** síkot önmagába, a k_1 hiperbolát a k_2-be. De mivel O a k_1-nek középpontja, így az O-ra való centrális tükrözés k_1-et önmagába viszi át, azért k_1 azonos k_2-vel.

Könnyű belátni, hogy az **S** síkon kívül a két felületnek nem lehet közös pontja a végesben.

Ha az egyik kúpfelület középpontja rajta van a másik kúpfelületen, akkor a fenti paralelogramma egyenessé fajul, a hiperbola-áthatás pedig a kétszeresen számító M_1M_2 alkotóvá fajul (amely alkotó mentén a két kúpnak közös az érintősíkja).

Csiszár Imre (Bp., I., Petőfi g. IV. o. t.)

Megjegyzés: Két másodrendű felület áthatása mindig negyedrendű görbe; jelen esetben a végesben fekvő közös hiperbolán kívül, a párhuzamos alkotópárok metszéspontjai alkotnak még egy kúpszeletet a végtelen távoli pontok alkotta síkon.