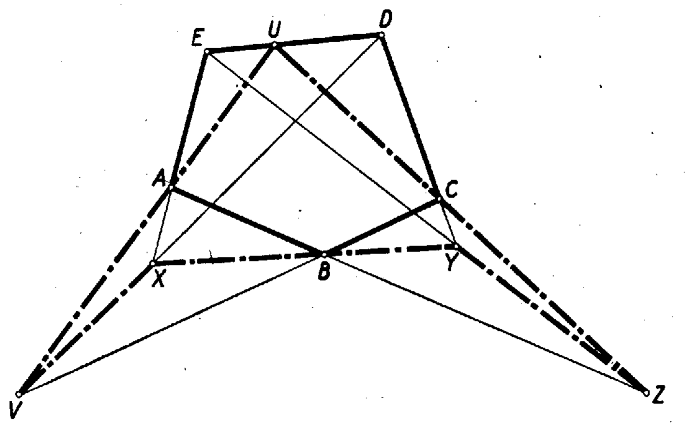
Nevezzük a feladat kikötésének megfelelő ötszögeket *kölcsönösen beírt* ötszögeknek. A feladat állításán túlmenőleg be fogjuk bizonyítani, hogy minden ötszöghöz végtelen sok kölcsönösen beírt ötszög tartozik, mert az utóbbi ötszög egyik csúcsát az adott ötszög egyik oldalegyenesén tetszőlegesen felvehetjük.

Ábránkon az adott ötszög U csúcsát a DE oldalon tetszőlegesen vettük fel.



A rákövetkező V csúcspont szerkesztése: U pontból kiindulva az adott ötszög kerületén haladunk pozitív (az óra járásával ellenkező) értelemben E-en túl a *második csúcs*ig (ábránkon A), melyet összekötünk U-val. Az UA egyenes metszéspontja az A után *következő két csúcs* (ábránkon BC) által meghatározott oldalegyenessel szolgáltatja a V pontot.

Ezen eljárást folytatva: VD és EA metszéspontja X, XB és CD metszéspontja Y, YE és AB metszéspontja Z.

Az így nyert $UVXYZ$ ötszögről világos, hogy eleget tesz a követelményeinknek, ha még bebizonyítjuk, hogy a ZU oldalegyenes átmegy a C ponton. Ez utóbbinak bizonyítása a DESARGUES-féle tétel felhasználásával történik. Ugyanis a szerkesztés szerint az ABX és UCD háromszögek a V pontra nézve perspektív helyzetűek, és a perspektív tengely az EY egyenes. Az AB egyenes ezt a tengelyt Z-ben metszi, tehát DESARGUES tétele szerint az AB megfelelője az UC egyenes is átmegy a Z ponton.

Gergely Ervin (Bp., IV., Könyves Kálmán g. III. o. t.)