I. megoldás: Berkes Jenő „a talpponti háromszögről” c. cikkében (lásd az 1956. márciusi számban a 69. oldalt) bebizonyította, hogy hegyesszögű háromszög esetén

$$\mu_a : \mu_b : \mu_c = B_1C_1 : C_1A_1 : A_1B_1, \tag{1}$$

$$\mu_a + \mu_b + \mu_c = 2, \tag{2}$$

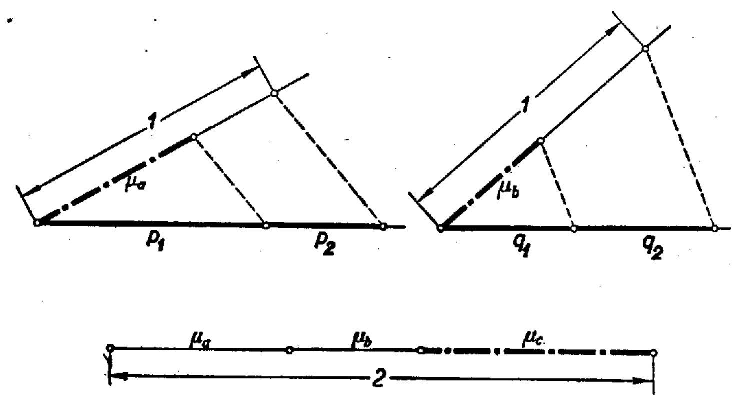
ahol

$$\mu_a = \frac{AM}{AA_1} = \frac{p_1}{p_1+p_2}, \quad \text{vagyis} \quad (p_1+p_2) : p_1 = 1 : \mu_a, \tag{3}$$

$$\mu_b = \frac{BM}{BB_1} = \frac{q_1}{q_1+q_2}, \quad \text{vagyis} \quad (q_1+q_2) : q_1 = 1 : \mu_b, \tag{4}$$

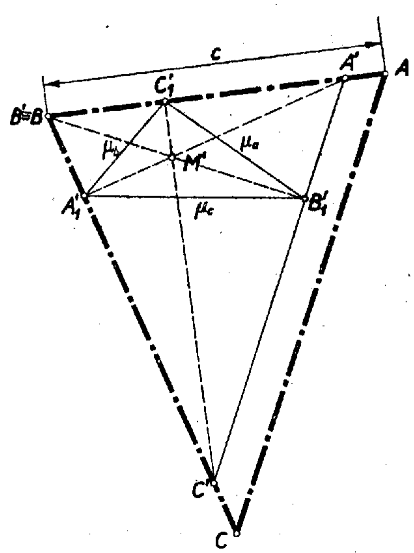
$$\mu_c = \frac{CM}{CC_1}. \tag{5}$$

Válasszunk egy tetszőleges egységet, és szerkesszük meg (3) alapján (p_1+p_2), p_1 és az egységhez a negyedik arányost, μ_a-t (1. ábra).



1. ábra

Hasonlóképpen nyerjük (4) felhasználásával a μ_b-t. $(\mu_a + \mu_b)$-t kivonva két egységből nyerjük (2) alapján μ_c-t (1. ábra). μ_a, μ_b és μ_c-vel, mint oldalakkal háromszöget szerkesztünk (2. ábra), e háromszög (1) alapján a keresett háromszöghöz hasonló háromszögnek talpponti háromszöge.



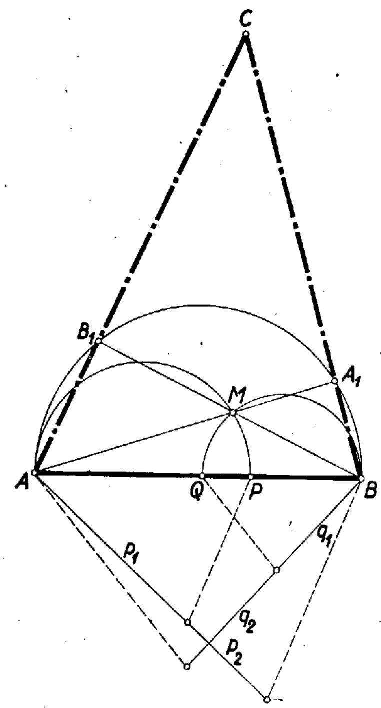
2. ábra

E talpponti háromszög külső szögfelezői a keresett háromszöghöz hasonló $A'B'C'$ hegyesszögű háromszöget alkotnak. Végül a háromszöget az adott $c = AB$-nek megfelelően a kívánt $ABC\triangle$ nagyságára változtatjuk.

A megoldhatóság feltétele, hogy μ_a, μ_b és μ_c szakaszokkal, mint oldalakkal háromszög legyen szerkeszthető.

Pogány Eörs (Bp., V., Eötvös J. g. III. o. t.)

II. megoldás: Az A_1 pont az AB fölé rajzolt Thales-körön van. AA_1 e Thales-kör húrja, melyet az M pont $\frac{AM}{MA_1}=\frac{p_1}{p_2}$ arányban oszt. Ha elképzeljük a Thales-körnek A pontból kiinduló összes húrját (ezek közé tartozik az AB átmérő is), akkor a felírt arányt e húrokon kielégítő M pontok mértani helye szintén kör, amely az előbbi körnek az A pontra nézve, perspektív helyzetű, $\frac{p_1}{p_1+p_2}$ arányban való kicsinyítése. E kör AB-re eső átmérőjének P végpontja az AB szakaszt $\frac{p_1}{p_2}$ arányban osztja: ezt tudva a P pont, és vele együtt az AP, mint átmérő, fölé rajzolt kör megszerkeszthető (3. ábra).



3. ábra

Hasonlóképpen szerkesztjük meg a BA átmérőn a Q pontot, úgy, hogy $BQ : QA = q_1 : q_2$. A BQ, mint átmérő fölé rajzolt kör metszi ki az előbbi körből az M pontot. Az AM és BM egyenesek metszik ki az AB fölé rajzolt Thales-körből az A_1 és B_1 pontokat. AB_1 és BA_1 metszéspontja C.

A megoldhatóság feltétele, hogy az M mértani helyeként nyert két kör két különböző pontban messe egymást. (E két metszéspont közül csak az egyiket kell figyelembe venni, mert a másik az első megoldással egybevágó háromszögre vezet.)

Ullrich Zoltán (Bp., VI., Közlekedési ép. ip. t. IV. o. t.)