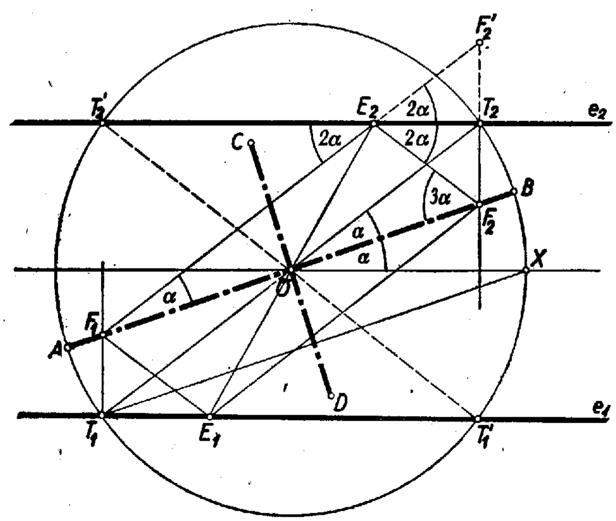
Képzeljük a feladatot megoldottnak. A betűzést az ábra mutatja.



Az AB nagytengely mint átmérő, fölé rajzolt főkörön vannak rajta a fókuszokból az e_1 és e_2 érintőkre bocsátott merőlegesek T_1, T_1', ill. T_2, T_2' talppontjai.

A centrális szimmetria miatt az $F_1E_2F_2E_1$ négyszög paralelogramma. Az F_2-nek e_2-re vonatkozó tükörképét F_2'-vel jelölve $F_2'T_2 \parallel F_1T_1$, továbbá a centrális szimmetria és a tükrözés miatt $F_1T_1 = F_2T_2 = F_2'T_2$, tehát $F_1F_2' \# T_1T_2$, vagyis a T_1T_2, és hasonlóan látható, hogy $T_1'T_2'$ is, az $F_1E_2F_2E_1$, paralelogramma középvonalai.

Mivel a feladat szerint az $F_1E_2F_2\sphericalangle = 180^\circ - 4\alpha$, és – mint ismeretes – az érintő felezi a rádiuszvektorok szögét, azért az $F_2'E_2T_2\sphericalangle = F_1E_2T_2'\sphericalangle = T_2E_2F_2\sphericalangle = 2\alpha$, és mint megfelelő szög a $T_2OX\sphericalangle$ ugyancsak 2α. De mint megfelelő szög

$$T_2OB\sphericalangle = E_2F_1B\sphericalangle = \alpha,$$

és így a

$$BOX\sphericalangle = 2\alpha - \alpha = \alpha,$$

vagyis OB felezi T_2OX szöget.

Eszerint a szerkesztés menete: Az adott e_1 és e_2 párhuzamos érintők középvonalának egy O pontja körül rajzolt a sugarú kör metszi ki az e_1 és e_2 egyenesekből a T_1, T_1', ill. T_2, T_2' talppontokat, és a középvonalból az X pontot, melyre nézve T_2OX hegyesszög. Ez utóbbi hegyesszögnek a felező egyenese a nagytengely hordozója. Az A, B, F_1, F_2, E_1, E_2, C, D pontok megszerkesztése már kézenfekvő.

A megoldhatóság feltétele, hogy $2a > d$, ahol d jelenti e_1 és e_2-nek egymástól való távolságát.

Ha T_1T_2 helyett $T_1'T_2'$-t vesszük figyelembe, akkor a választott O ponthoz tartozó második ellipszishez jutunk, amely az elsőnek tükörképe az O-n átmenő és az érintőkre merőleges egyenesre nézve.

Unatényi Tibor (Balassagyarmat, Balassa B. g. III. o. t.)