

### I. megoldás:

$$\sin \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{\frac{1}{3}}{\sqrt{1 + \frac{1}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Ezt az értéket a

$$\sin \alpha \sin \gamma = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

egyenletbe helyettesítve, nyerjük, hogy

$$\sin \gamma = 1 \quad \text{vagyis} \quad \gamma = 90^\circ.$$

Tehát a háromszög derékszögű. Jelöljük az átfogót  $c$ -vel, a két befogót  $a$  és  $b$ -vel, akkor  $2r = c$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{1}{3}$  miatt  $b = 3a$ , és így Pythagoras tétele alapján

$$c^2 = 4r^2 = a^2 + b^2 = a^2 + 9a^2 = 10a^2,$$

ahonnan

$$a = r\sqrt{\frac{4}{10}} = r\frac{\sqrt{10}}{5},$$

és így

$$b = 3a = r\frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Másrészt ismeretes, hogy

$$\begin{aligned} \varrho &= \frac{t}{s} = \frac{2t}{2s} = \frac{ab}{a+b+c} = \frac{r\frac{\sqrt{10}}{5} \cdot r\frac{3\sqrt{10}}{5}}{r\frac{\sqrt{10}}{5} + r\frac{3\sqrt{10}}{5} + 2r} = \frac{\frac{30}{25}r}{\frac{4\sqrt{10}}{5} + 2} = \\ &= \frac{30}{20\sqrt{10} + 50}r = \frac{3}{2\sqrt{10} + 5}r. \end{aligned}$$

A nevezőt gyöktelenítve

$$\varrho = \frac{2\sqrt{10} - 5}{5}r.$$

*Benkő Bálint (Sárospatak, Rákóczi g. IV. o. t.)*

**II. megoldás:** Az oldalak kiszámítása után egyszerűbben érhetünk célhoz, ha felhasználjuk a derékszögű háromszögben jól ismert

$$a + b = c + 2\varrho$$

összefüggést.

Ebből ugyanis

$$\varrho = \frac{1}{2}(a + b - c) = \frac{1}{2}\left(r\frac{\sqrt{10}}{5} + r\frac{3\sqrt{10}}{5} - 2r\right) = \frac{r}{2} \cdot \frac{4\sqrt{10} - 10}{5} = \frac{2\sqrt{10} - 5}{5}r.$$

*Harza Tibor (Székesfehérvár, József A. g. IV. o. t.)*