**I. megoldás:** Legyen a keresett szám $10a+b$, akkor a feladat szerint

$$(10a+b)^2 = 1000c+100c+10d+d = 11(100c+d), \tag{1}$$

ahol $a$, $b$, $c$, $d$ nem negatív egyjegyű számok, és $a \neq 0$, $c \neq 0$.

Mivel a jobb oldal osztható 11-gyel, azért a bal oldal is osztható 11-gyel. De 11 prím szám, és így $(10a+b)^2$ csak úgy lehet 11-gyel osztható, ha $10a+b$ maga is osztható 11-gyel.

$10a+b$ csak úgy lehet osztható 11-gyel, ha $a=b$, vagyis $10a+b=11a$, tehát (1) így írható

$$11^2a^2 = 11(100c+d),$$

azaz

$$11a^2 = 100c+d,$$

amiből

$$a^2 = \frac{100c+d}{11} = 9c + \frac{c+d}{11},$$

ahol $\dfrac{c+d}{11}$ egész számnak kell lennie. Mivel $c=d=0$, és $c=d=9$ nem lehetséges (9999 nem négyzetszám), azért $0 < c+d < 18$, és így $c+d=11$. Tehát

$$a^2 = 9c+1,$$

amiből

$$c = \frac{a^2-1}{9} = \frac{(a+1)(a-1)}{9}.$$

$(a+1)$ és $(a-1)$ mindegyike nem lehet 3-mal osztható, tehát vagy $(a+1)$ vagy $(a-1)$ osztható 9-cel.

$a-1 \neq 0$, mert különben $a=1$ és $c=0$ volna, ami lehetetlen. Mivel $a \leq 9$, azért $a-1 \neq 9$. Tehát szükségképpen

$$a+1=9, \qquad \text{ahonnan} \qquad a=8.$$

Tehát a keresett szám $11a=88$. Tényleg $88^2 = 7744$.

*Győry Kálmán* (Ózd, József Attila g. II. o. t.)

**II. megoldás:** Az I. megoldás szerint a keresett szám 11-gyel osztható, és négyzete a feladat szerint négyjegyű, azért csak $33, 44, \ldots, 99$ számok jönnek számításba.

Ezek közül a páratlan számok nem felelnek meg, mert

$$(10a+a)^2 = 100a^2 + 20a^2 + a^2$$

és így, ha $a$ páratlan volna, akkor $a^2$-ben (09, 25, 49, 81) az egyesek helyén páratlan szám, a tízesek helyén pedig – lévén $20a^2$-ben is a tizesek száma páros – páros szám állna, vagyis a harmadik és negyedik jegy nem egyezhetne.

Tehát csak 44, 66, vagy 88 jöhet figyelembe. Mindhármat négyzetre emelve meggyőződhetünk, hogy csak 88 elégíti ki a feladat követelményeit.

*Kovács László* (Bp., V., Eötvös g. III. o. t.)