A feladat értelmében meg kell határozni azoknak a C pontoknak mértani helyét, amelyekre nézve az ABC háromszögben a C-ből kiinduló belső szögfelező átmegy az O ponton. Ismert tétel alapján ez esetben

$$\frac{CA}{CB}=\frac{AO}{OB}=\frac{m}{n}.$$

De

$$CA=\sqrt{(x+m)^2+y^2}\quad \text{és}\quad CB=\sqrt{(x-n)^2+y^2},$$

és így

$$\frac{m^2}{n^2}=\frac{(x+m)^2+y^2}{(x-n)^2+y^2},$$

vagyis

$$(m^2-n^2)x^2-2mn(m'+n)x+(m^2-n^2)y^2=0.$$

Ha $m=n$, akkor a mértani hely egyenlete $x=0$, vagyis arra a triviális eredményre jutottunk, hogy ez esetben az y tengely pontjai tesznek eleget a követelménynek.

Ha $m\neq n$, akkor oszthatjuk egyenletünket (m^2-n^2)-tel:

$$x^2-\frac{2mn}{m-n}x+y^2=0,$$

ami úgy is írható

$$\left(x-\frac{mn}{m-n}\right)^2+y^2=\left(\frac{mn}{m-n}\right)^2.$$

Ez pedig egy kör egyenlete, melynek középpontja az $\left(\frac{mn}{m-n},0\right)$ pont, és sugara $\left|\frac{mn}{m-n}\right|$. Nyilvánvaló, hogy e kör minden pontja eleget tesz a feladat követelményének, tehát e kör a keresett mértani hely.

Megjegyzés: Ezzel koordináta-geometriai levezetését adtuk az Apollonius-féle körnek.

Argay Gyula (Balassagyarmat, Balassa g. III. o. t.)