I. megoldás: Meghatározott k (és csakis k) találat valószínűsége

$$\left(\frac{1}{3}\right)^k\left(\frac{2}{3}\right)^{12-k} \qquad \text{ahol} \quad k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ 12.$$

Mivel k találat 12-ből $\binom{12}{k}$-féleképpen jöhet létre, azért pontosan k találat (akármilyen sorrendben) valószínűsége

$$v_k=\left(\frac{1}{3}\right)^k\left(\frac{2}{3}\right)^{12-k}\binom{12}{k}=\frac{1}{3^{12}}\cdot\binom{12}{k}2^{12-k} \quad (k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ 12).$$

A találatok várható száma tehát

$$\begin{gathered}
M=0\cdot v_0+1\cdot v_1+2\cdot v_2+\ldots+11\cdot v_{11}+12\cdot v_{12}= \\
=\frac{1}{3^{12}}\left[1\cdot\binom{12}{1}2^{11}+2\binom{12}{2}2^{10}+\ldots+10\binom{12}{10}2^2+11\cdot\binom{12}{11}2+12\binom{12}{12}2^0\right]= \\
=\frac{1}{3^{12}}[24\,576+135\,168+337\,920+506\,880+506\,880+354\,816+177\,408+ \\
+63\,360+15\,840+2\,640+254+12]=\frac{2\,125\,764}{531\,441}=4.
\end{gathered}$$

Rockenbauer Antal (Bp., X., I. László g. II. o. t.)

II. megoldás: Minden numerikus számítás nélkül is célhoz érhetünk, ha felhasználjuk a binomiális tételt.

$$\begin{gathered}
v_k=\binom{12}{k}\left(\frac{1}{3}\right)^k\left(\frac{2}{3}\right)^{12-k}=\frac{12!}{k!(12-k)!}\left(\frac{2}{3}\right)^{12-k}\left(\frac{1}{3}\right)^k= \\
=\frac{12\cdot 11!}{k(k-1)!\,[11-(k-1)]!}\left(\frac{2}{3}\right)^{11-(k-1)}\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1}.
\end{gathered}$$

Ebből

$$kv_k=12\cdot\frac{1}{3}\binom{11}{k-1}\left(\frac{2}{3}\right)^{11-(k-1)}\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1} \qquad (k=1,\ 2,\ \ldots,\ 12).$$

Tehát

$$\begin{gathered}
M=4\left[\binom{11}{0}\left(\frac{2}{3}\right)^{11}+\binom{11}{1}\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\frac{1}{3}+\binom{11}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{9}\left(\frac{1}{3}\right)^{2}+\ldots+\binom{10}{10}\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{10}+\binom{11}{11}\left(\frac{1}{3}\right)^{11}\right]= \\
=4\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)^{11}=4.
\end{gathered}$$

Megjegyzés: Ez a megoldás könnyen általánosítható 12 helyett n-re, és $\frac{1}{3}$ helyett v-re, amikor is M-re

$$M=nv\,[(1-v)+v]^{n-1}=nv$$

adódik.

Zsombok Zoltán (Bp., IV., Könyves Kálmán g. IV. o. t.)