

I. megoldás: Legyen a keresett 4 szám rendre x, y, z, t .

A feladat szerint:

$$\begin{aligned}(1) \quad & x + z = 2y, \\(2) \quad & yt = z^2, \\(3) \quad & x + t = 37, \\(4) \quad & y + z = 36.\end{aligned}$$

(3)-ből (4)-et kivonva

$$(5) \quad (x - y) + (t - z) = 1,$$

(1)-ből $x - y = y - z$ értékét (5)-be helyettesítve

$$(6) \quad y + t - 2z = 1.$$

(2)-ből a $t = \frac{z^2}{y}$ értéket (6)-ba helyettesítve

$$(7) \quad y + \frac{z^2}{y} - 2z = 1.$$

Végül (4)-ből y értékét (7)-be helyettesítve

$$36 - z + \frac{z^2}{36 - z} - 2z = 1.$$

A tört eltávolítása és rendezés után (ha $z \neq 36$)

$$4z^2 - 143z + 1260 = 0,$$

ahonnan

$$z_1 = 20, \quad z_2 = \frac{63}{4}.$$

(4), (1) és (3) alapján

$$\begin{aligned}y_1 = 16, \quad x_1 = 12, \quad t_1 = 25 \\ y_2 = \frac{81}{4}, \quad x_2 = \frac{99}{4}, \quad t_2 = \frac{49}{4}.\end{aligned}$$

A feladat követelményeinek tehát a következő két számsorozat tesz eleget:

$$12, 16, 20, 25, \quad \text{ill.} \quad \frac{99}{4}, \quad \frac{81}{4}, \quad \frac{63}{4}, \quad \frac{49}{4}.$$

Galambos János (Veszprém, Lovassy g. II. o. t.)

II. megoldás: Két ismeretlennel is beérhetjük. Ha az első tagot a -val, a számtani sorozat különbségét d -vel jelöljük, akkor a feladat szerint a négy szám:

$$a, \quad a + d, \quad a + 2d, \quad \frac{(a + 2d)^2}{a + d},$$

továbbá

$$(8) \quad a + \frac{(a + 2d)^2}{a + d} = 37,$$

$$(9) \quad 2a + 3d = 36.$$

(9)-ből

$$a = \frac{36 - 3d}{2}$$

és így

$$(10) \quad a + d = \frac{36 - d}{2}$$

továbbá

$$(11) \quad a + 2d = \frac{36 + d}{2}$$

(8)-ban a törtet eltávolítva és a (10) és (11) értékeket behelyettesítve

$$\frac{36 - 3d}{2} \cdot \frac{36 - d}{2} + \frac{(36 - d)^2}{4} = 37 \frac{36 - d}{2}.$$

Rendezve

$$2d^2 + d - 36 = 0,$$

ahonnan

$$d_1 = 4, \quad d_2 = -\frac{9}{2}$$

és így 9-ből

$$a_1 = 12 \quad a_2 = \frac{99}{4}.$$

Árokszállási Kálmán (Sárospatak, Rákóczi g. III. o. t.)