Csak azzal az esettel foglalkozunk, ha a, b, c 0-tól különböző valós számok. Ellenkező esetben a feltételi egyenletek különböző, igen egyszerű egyenletekre vezetnek, amelyekben mind a három gyök valós.

A feltételi egyenletekből tehát (ha $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$)

$$b = \frac{a^2}{2} \quad \text{és így} \tag{1}$$

$$c = \frac{ab}{4} = \frac{a^3}{8}\,. \tag{2}$$

Ezeket az értékeket egyenletünkbe helyettesítve

$$x^3 + ax^2 + \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{8} = 0.$$

Ezen egyenlet bal oldalát átalakítva

$$\left(z^3 + \frac{a^3}{8}\right) + ax\left(x + \frac{a}{2}\right) = \left(x + \frac{a}{2}\right)\left[\left(x^2 - \frac{a}{2}x + \frac{a^2}{4}\right) + ax\right] =$$
$$= \left(x + \frac{a}{2}\right)\left(x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{a^2}{4}\right) = 0.$$

Tehát vagy

$$x + \frac{a}{2} = 0, \tag{3}$$

vagy

$$x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{a^2}{4} = 0. \tag{4}$$

(3)-ból

$$x = -\frac{a}{2}.$$

A (4) alatti másodfokú egyenlet diszkriminánsa

$$D = \frac{a^2}{4} - a = -\frac{3}{4}a^2 < 0,$$

mert a^2 mindig pozitív. Tehát (4)-nek nem lehet valós gyöke.

Az első feltételi egyenletből $a^2 = 2b$. Ha feltesszük, hogy a és b egész szám, akkor a^2 és vele együtt a is páros (és következőleg c is egész), és így egyenletünknek egyetlen valós gyöke

$$x = -\frac{a}{2}$$

egész.

Tarlacz László (Szombathely, Nagy Lajos g. IV. o. t.)