Ha valamely esemény bekövetkezésének valószínűsége v, akkor annak valószínűsége, hogy n kísérlet közül pontosan k-szor, mégpedig az előírt n_1-, n_2-, $\ldots$, n_k-adik kísérletre bekövetkezzék, a többi $n-k$ kísérletben pedig ne következzék be, nyilván $v^k(1-v)^{n-k}$. Ha nem írjuk elő a k helyet az n kísérlet sorában, vagyis az első n egész szám bármelyik k-ad osztályú kombinációja megfelel, akkor annak valószínűsége, hogy az esemény n kísérlet közül egyáltalában valamiképpen k-szor bekövetkezzék, és $(n-k)$-szor ne következzék be:

$$V_{n/k}=\binom{n}{k}v^k(1-v)^{n-k}.$$

Feladatunkban $V_{998/99}$-et és $V_{998/100}$-at kell összehasonlítani, ha $v=0{,}1$. Célszerű lesz ehhez a $\dfrac{V_{n/k}}{V_{n/k+1}}$ hányadost meghatározni.

$$\frac{V_{n/k}}{V_{n/k+1}}=\frac{\binom{n}{k}v^k(1-v)^{n-k}}{\binom{n}{k+1}v^{k+1}(1-v)^{n-k-1}}=$$
$$=\frac{n(n+1\ldots(n-k+1)}{1\cdot 2\cdot\ldots\cdot k}\cdot\frac{1\cdot 2\cdot\ldots\cdot k(k+1)(1-v)}{n(n-1)\ldots(n-k+1)(n-k)v}=$$
$$=\frac{(k+1)(1-v)}{(n-k)v},$$

tehát

$$\frac{V_{998/99}}{V_{998/100}}=\frac{100\cdot 0{,}9}{899\cdot 0{,}1}=\frac{900}{899}>1,$$

és így

$$V_{998/99}>V_{998/100}.$$

Megjegyzés: Az eredmény első tekintetre meglepő, mert a nagy számok törvényét felületesen és helytelenül alkalmazva (amint azt sok megoldó megtette), úgy látszik, hogy 998 kísérlet esetén $(998\cdot 0{,}1=)99{,}8$ közelebb van a 100-hoz, mint a 99-hez.

Nézzük meg, hogy k milyen értéke mellett lesz $V_{n/k}>V_{n/k+1}$.

A

$$\frac{V_{n/k}}{V_{n/k+1}}=\frac{(k+1)(1-v)}{(n-k)v}>1$$

egyenlőtlenségből következik, hogy

$$k>(n+1)v-1$$

esetén $V_{n/k}>V_{n/k+1}$, vagyis a jelen esetben

$$k>(998+1)0{,}1-1=98{,}9.$$

Tehát $k=99$ a legkisebb szám, amelyre nézve már $V_{n/k}>V_{n/k+1}$.

Biczó Géza (Bp. II., Rákóczi g. IV. o. t.)