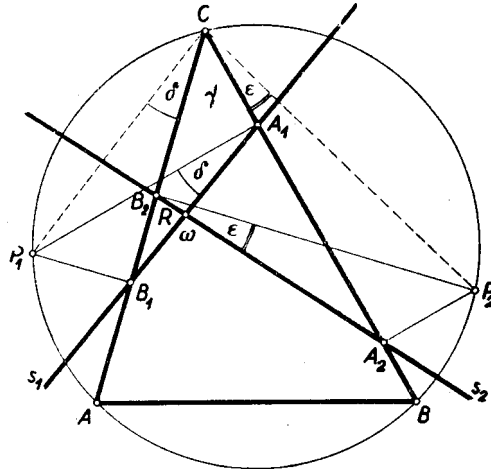


I. megoldás: A betűzést az 1. ábra mutatja.



1. ábra

Legyen a Simson-egyenesek szöge  $\omega$ , a  $P_1P_2$ -höz tartozó kerületi szög  $\varphi$ . Ekkor

$$(1) \quad P_1CP_2\angle = \varphi = \delta + \gamma + \varepsilon$$

$P_1B_1A_1C$  a Thales-tétel alapján húrnégyszög, és így a  $\delta$ -val jelölt egyíves szögek egyenlők. Hasonlóképpen a  $P_2A_2B_2C$  húrnégyszögben az  $\varepsilon$ -nal jelölt kétíves szögek egyenlők. A  $CB_2RA_1$  négyszögben a szögek összege:

$$\gamma + (90^\circ + \varepsilon) + \omega + (90^\circ + \delta) = 360^\circ,$$

amiből

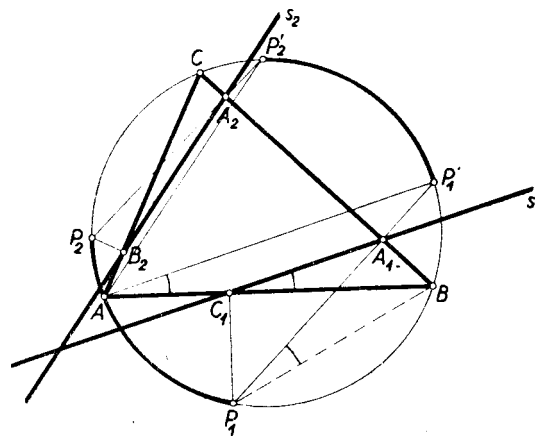
$$\gamma + \varepsilon + \delta + \omega = 180^\circ,$$

vagyis (1) figyelembevételével

$$\varphi = 180^\circ - \omega.$$

*Benkő Bálint* (Sárospatak, Rákóczi g. III. o. t.)

II. megoldás: A  $P_1$  és  $P_2$  pontokból a  $BC$  oldalra bocsátott merőlegesek messék a körülírt kört  $P'_1$ , ill.  $P'_2$ -ben (2. ábra).



2. ábra

Nilván  $\widehat{P'_1P'_2} = \widehat{P_1P_2}$ , tehát elég a  $P_1AP_2\angle$ -ről megmutatni, hogy egyenlő az  $s_1$  és  $s_2$  szögével. Ez így látható be:

$$(1) \quad BAP'\angle = BP_1P'_1\angle,$$

mint ugyanazon az íven nyugvó kerületi szögek. A  $P_1C_1A_1B$  négyszög Thales tétele értelmében húrnégyszög, és így e négyszög köré írt körben

$$(2) \quad BC_1A_1\angle = BP_1A_1\angle \equiv BP_1P'_1\angle.$$

(1) és (2) egybevetéséből nyerjük, hogy

$$BAP'_1 \sphericalangle = BC_1A_1 \sphericalangle.$$

Mivel e két szögnek két szára egybeesik, továbbá  $A_1$ , és  $P'_1$  szükségképpen az  $AB$  oldalnak ugyanarra az oldalára esik, azért

$$AP'_1 \parallel C_1A_1 = s_1.$$

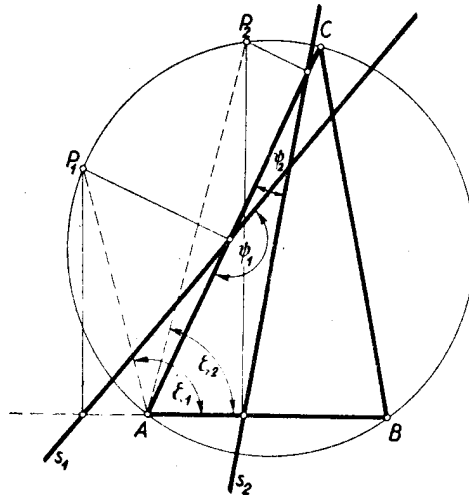
Teljesen ugyanígy kimutatható, hogy

$$AP'_2 \parallel s_2,$$

amiből az állítás következik.

*Bánhidly Kálmán* (Debrecen Ref. g. III. o. t.)

**III. megoldás:** Egyszerű bizonyítást nyerünk, ha tekintjük az  $AB$  és  $AC$  oldalak alkotta Gönyei-féle  $\Sigma(\alpha)$  rendszert. A betűzést a 3. ábra mutatja.



3. ábra

$P_1$  és  $s_1$  valamint  $P_2$  és  $s_2$  adjungált elemek, és így

$$\zeta_1 + \psi_1 = 90^\circ, \quad \zeta_2 + \psi_2 = 90^\circ.$$

A második egyenletet az elsőből kivonva nyerjük, hogy

$$\zeta_1 - \zeta_2 + \psi_1 - \psi_2 = 0,$$

vagyis

$$\zeta_1 - \zeta_2 = -(\psi_1 - \psi_2),$$

ami éppen állításunkat fejezi ki, mert  $\zeta_1 - \zeta_2$  a  $\widehat{P_1P_2}$  ívhez tartozó kerületi szög,  $-(\psi_1 - \psi_2)$  pedig  $s_1$ , és  $s_2$  szöge.

*Zsombok Zoltán* (Bp. IV., Könyves Kálmán g. III. o. t.)