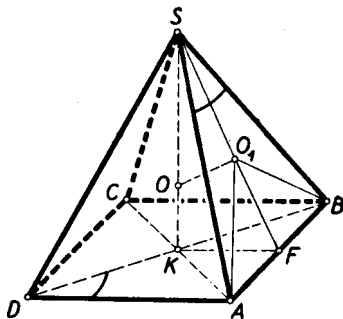


I. megoldás: Legyen a két gömb közös középpontja O . A beírt gömb érintési pontjai: K (alappnégyzet középpontja) és O_1 , (az ASB gúla-oldallapon – l. ábrát).



Az ASB gúlalap síkja kimetszi az ugyancsak O középpontú körülírt gömbből az $ASB\Delta$ köré írt körét, amelynek középpontja O_1 , hiszen OO_1 – a feltétel szerint – merőleges az $ASB\Delta$ síkra. O_1 tehát rajta van az ASB egyenlőszárú háromszög FS magasságvonalán, ahol F a $BC = a$ alapél felezőpontja.

$FK = FO_1$, mint az F pontból a beírt gömbhöz húzott két érintő. De $FK = \frac{a}{2} = FA = FB$, és így $FA = FB = FO_1$. Mivel $FO_1 \perp AB$, azért AO_1B egyenlőszárú háromszög.

Tehát az $ASB\Delta$ köré írt kör AB húrjához tartozó AO_1B középponti szög 90° , és így

$$ASB\angle = 45^\circ,$$

mint az AB húrhoz tartozó kerületi szög.

Daróczy Zoltán (Debrecen Ref. g. III. o. t.)

II. megoldás: A gúla lapjai érintik a beírt gömböt, tehát egyenlő távolságban vannak az O középponttól, és így az O középpontú körülírt gömbből egyenlő sugarú köröket metszenek ki. Tehát az $ABCD$ négyzet köré írt kör egybevágó az $ASB\Delta$ köré írt körrel. E két egybevágó kör közös AB húrja mindkét kör pontjaiból egyenlő kerületi szög alatt látszik, vagyis

$$ASB\angle = ADB\angle = 45^\circ.$$

Lackner Györgyi (Bp. V., Textilip. techn. IV. o. t.)

III. megoldás: Általánosíthatjuk feladatunkat n -oldalú ($n \geq 3$) szabályos gúlára. Az AFK és AFO_1 derékszögű háromszögek egybevágók, mert az AF befogó közös, a másik két befogó pedig, mint az F -ből a beírt gömbhöz húzott két érintő, egyenlő, vagyis $FK = FO_1$. – mint ismeretes – az $AKF\angle = \frac{180^\circ}{n}$, és így – mivel a középponti szög fele egyenlő a kerületi szöggel –

$$AO_1F\angle = ASB\angle = \frac{180^\circ}{n}.$$

Feladatunkban $n = 4$, tehát a keresett szög $\frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$.

Krammer Gergely (Bp. II., Rákóczi g. IV. o. t.)

Megjegyzés: Az általános megoldásból kitűnik, hogy azokat a szabályos gúlákat, amelyeknek közös a beírt és körülírt gömb középpontja, az jellemzi, hogy a csúcsnál levő élszögek összege 180° . Egyenes körkúptest esetén a palást síkba fejtése *félkörlap*. (Egyenlő oldalú kúp.)