I. megoldás: Osszuk el az egyenlet mindkét oldalát 5-tel

$$x^4+4x^3-8x+3{,}4=0. \tag{1}$$

Vegyük észre, hogy a baloldal első két tagja megegyezik az $(x^2+2x)^2$-nek első két tagjával. Teljes négyzetre kiegészítve

$$x^4+4x^3+4x^2-4x^2-8x+3{,}4=(x^2+2x)^2-4(x^2+2x)+3{,}4=0.$$

Ez (x^2+2x)-re másodfokú egyenlet, amiből

$$x^2+2x=\frac{4\pm\sqrt{16-4\cdot 3{,}4}}{2}=2\pm\sqrt{4-3{,}4}=2\pm\sqrt{0{,}6}.$$

Ebből továbbá

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{4+8\pm 4\sqrt{6}}}{2}=-1\pm\sqrt{3\pm\sqrt{0{,}6}}.$$

Tehát

$$x_1=-1+\sqrt{3+\sqrt{0{,}6}}\sim 0{,}943 \qquad x_2=-1-\sqrt{3\pm\sqrt{0{,}6}}\sim -2{,}943$$

$$x_3=-1+\sqrt{3-\sqrt{0{,}6}}\sim 0{,}492 \qquad x_4=-1-\sqrt{3-\sqrt{0{,}6}}\sim -2{,}492.$$

Bánhidy Kálmán (Debrecen, Ref. g. III. o. t.)

II. megoldás: (1) baloldala teljes negyedik hatvánnyá is kiegészíthető:

$$x^4+4x^3+6x^2+4x+1-6x^2-4x-1-8x+3{,}4=0,$$

vagyis

$$(x+1)^4-6x^2-12x-6+8{,}4=0.$$

ami így írható

$$(x+1)^4-6(x+1)^2+8{,}4=0.$$

Ebből

$$(x+1)^2=\frac{6\pm\sqrt{36-4\cdot 8{,}4}}{2}=3\pm\sqrt{9-8{,}4}=3\pm\sqrt{0{,}6},$$

vagyis

$$x_{1,2,3,4}=-1\pm\sqrt{3\pm\sqrt{0{,}6}},$$

Parlagh Gyula (Kecskemét Katona József g. II. o. t.)

III. megoldás: (1) mindkét oldalához 0,6-ot adva

$$x^4+4x^3-8x+4=0{,}6,$$

vagyis

$$(x^2+2x-2)^2=0{,}6,$$

amiből

$$x^2+2x-2=\pm\sqrt{0{,}6}.$$

Lásd I. megoldást.

Fried László (Bp., VIII., Széchenyi g. III o. t.)

IV. megoldás: Jelen esetben teljesül az alábbi 656. sz. feladat eredményeként nyert szükséges és elégséges feltétele annak, hogy a negyedfokú egyenlet másodfokú egyenletre redukálható legyen.

Ugyanis jelen esetben $a=4$, $b=0$, $e=-8$, és így

$$a^2-4ab+8c=4^3-8\cdot 8=0.$$

Tehat az $x=z-\dfrac{a}{4}=z-1$ transzformációval nyerjük a

$$\begin{gathered}(z-1)^4+4(z-1)^3-8(z-1)+3{,}4=\\ =z^4-6z^2+8{,}4=0\end{gathered}$$

egyenletet. Lásd II. megoldást.

Tolnai Tibor (Szombathely, Nagy Lajos g. IV. o. t.)