

a) Ismeretes képlet szerint a 10. év végén a természetesen felszaporodott lakosság száma

$$A_{10} = Aq^{10}, \quad \text{ahol } A = 117\,751, \quad \text{és } q = 1 + \frac{p}{100} = 1,0087.$$

Ehhez még hozzájön a helyváltoztatásokból eredő gyarapodás, amely 10 év alatt a járadékszámítás képlete szerint

$$a_{10} = a \frac{q^{10} - 1}{q - 1}, \quad \text{ahol } a = 640.$$

Négyjegyű táblát használva

$$A_{10} + a_{10} = 128\,500 + 6694 \approx 135\,200.$$

b) Ha a keresett %-ot p_{10} -zel jelöljük, akkor

$$117\,751 q_{10}^{10} = 135\,200,$$

ahol $q_{10} = 1 + \frac{p_{10}}{100}$.

Tehát

$$q = \sqrt[10]{\frac{135\,200}{117\,751}} \approx 1,014, \quad \text{ahonnan } p_{10} = 1,4\%$$

c) Tegyük fel, hogy ugyanilyen viszonyok mellett x év múlva lesz a város lakóinak száma $A_x = 200\,000$, akkor

$$Aq^x + a \frac{q^x - 1}{q - 1} = A_x,$$

vagyis

$$A(q - 1)q^x + aq^x - a = A_x(q - 1),$$

amiből

$$q^x = \frac{A_x(q - 1) + a}{A(q - 1) + a} = \frac{200\,000 \cdot 0,0087 + 640}{117\,751 \cdot 0,0087 + 640} \approx \frac{1740 + 640}{1024 + 640} \approx \frac{2380}{1664}.$$

Ebből

$$x = \frac{\lg 2380 - \lg 1664}{\lg 1,0087} = \frac{3,3766 - 3,2211}{0,00378} = \frac{15\,550}{378} \approx 41,1.$$

Tehát az 1991. év folyamán éri el a város lakosságának száma a 200 000-et.

Kerekes Attila (Pécs, Bányaip. techn. III. o. t.)