

a) Ha egy játszma nézve annak valószínűségét, hogy A nyer V_a -val, hogy B nyer, V_b -vel, hogy döntetlenül végződik, V_d -vel jelöljük, akkor a feladat szerint $V_a = 0,3$, $V_d = 0,5$ és így $V_b = 1 - 0,3 - 0,5 = 0,2$.

Az adott feltételek mellett a mérkőzés legalább 2 és legfeljebb 4 játszma után eldőlt. Ha a 2, 3, 4 játszmas mérkőzések valószínűségei rendre V_2 , V_3 , ill. V_4 , akkor a várható játszmaszám

$$M = 2V_2 + 3V_3 + 4V_4, \quad \text{ahol} \quad V_2 + V_3 + V_4 = 1.$$

Ki kell tehát számítanunk V_2 , V_3 és V_4 értékét.

Két játszmaiban csak úgy dőlhet el a mérkőzés, ha vagy A nyeri mindkét játszmat, vagy B .

Tehát

$$V_2 = V_a^2 + V_b^2 = 0,09 + 0,04 = 0,13.$$

Négy játszmas mérkőzés csak úgy lehetséges, ha az első 3 játszmaiban mindkét fél 1,5 pontot szerzett. Tehát vagy az első 3 játszma mindegyike döntetlen (aminek valószínűsége $0,5^3 = 0,125$), vagy pedig mindkét fél 1-1 játszmat nyert és egy játszma volt döntetlen. Ez utóbbi eredmény $3!$ = 6-féle sorrendben jöhet létre, tehát valószínűsége $6 \cdot 0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,5 = 0,18$ és így

$$V_4 = 0,125 + 0,18 = 0,305.$$

Végül

$$\begin{aligned} V_3 &= 1 - (V_2 + V_4) = 1 - (0,13 + 0,305) = 1 - 0,435 = \\ &= 1 - 0,435 = 0,565. \end{aligned}$$

Tehát

$$M = 2 \cdot 0,13 + 3 \cdot 0,565 + 4 \cdot 0,305 = 0,26 + 1,695 + 1,22 = 3,175.$$

b) B nyerheti a mérkőzést 2 játszmaiban; ennek valószínűsége V_b^2

B nyerhet 3 játszmaiban úgy, hogy egy játszmat nyer és 2 döntetlen. Ez történhetik 3-féle sorrendben, tehát valószínűsége $3 \cdot V_b V_d^2$.

B még úgy is nyerhet 3 játszmaiban, hogy az első két játszmaiból egyet nyer és egyet nem nyer (kétféle sorrendben) és a harmadikat megnyeri. Ennek valószínűsége $2V_b(1 - V_b)V_b = 2V_b^2(1 - V_b)$.

Másképpen B 3 játszmaiban nem nyerhet.

Végül B 4 játszmaiban nyer, miután az első 3 játszmaiban elért 1,5 pontot, és a negyediket megnyeri. Ennek valószínűsége $V_4 V_b$.

Ezzel az összes lehetséges eseteket kimerítettük.

Az itt felsorolt esetek egymást kizáró, vagylagos esetek, és így az összegük adja meg a keresett V valószínűséget:

$$\begin{aligned} V &= V_b^2 + 3V_b V_d^2 + 2V_b^2(1 - V_b) + V_4 V_b = \\ &= 0,2^2 + 3 \cdot 0,2 \cdot 0,5^2 + 2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8 + 0,305 \cdot 0,2 = \\ &= 0,04 + 0,15 + 0,064 + 0,061 = 0,315. \end{aligned}$$