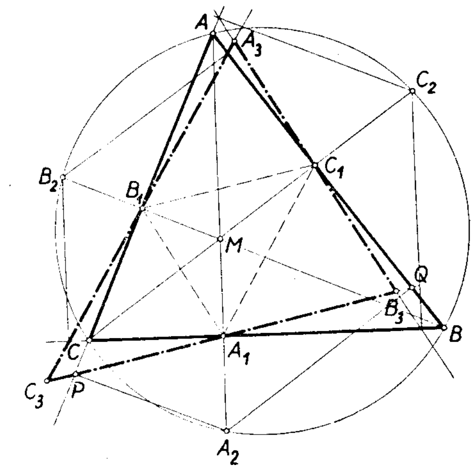
I. megoldás: A jelölést az 1. ábra mutatja.



1. ábra

Az A_2 ponthoz megszerkesztett Simson-egyenes az A_1 ponton átmenő PQ. A szerkesztésből kifolyólag

(1) $$MB_1||A_2P \qquad \text{és} \qquad MC_1||A_2Q.$$

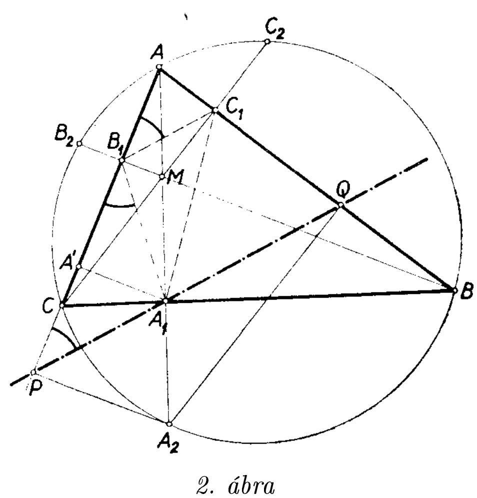
Mivel A, A_1, A_2 egy egyenesen van, a $PA_2Q_\triangle$ és $B_1MC_{1\triangle}$ az A pontra nézve perspektív helyzetű és (1) alapján hasonló is. Ezért $PQ||B_1C_1$.

Ugyanígy kimutatható, hogy a B_2 és C_2 pontokhoz tartozó Simson-egyenesek áthaladnak a talpponti háromszög B_1, ill. C_1 csúcspontjain és párhuzamosak a talpponti háromszögnek szemben fekvő oldalával. Mindezekből ismert tételek alapján rögtön következik az $A_3B_3C_{3\triangle}$-re bizonyítandó mindkét állítás.

Trembeczki István (Sárospatak, Rákóczi g. III. o. t.)

II. megoldás: Mint láttuk, elég bebizonyítani, hogy az A_2, B_2, C_2 pontokhoz tartozó, az A_1, B_1, C_1 pontokon áthaladó Simson-féle egyenesek rendre párhuzamosak a talpponti háromszögnek szemközti oldalával.

Ismeretes, hogy a háromszög magassági pontjának a háromszög oldalára vonatkozó tükörképe a köré írt körön van. Tehát az M pontnak CB-re vonatkozó tükörképe A_2, és így A_1 felezi az MA_2 szakaszt.



2. ábra

Bocsássunk A_1 pontból merőlegest AC-re és ennek talppontját jelöljük A'-vel. Miután az AC-re bocsátott merőlegesek egymással párhuzamosak, az A' pont felezi a PB_1 szakaszt. Tehát az $A_1PB_{1\triangle}$ egyenlő szárú, és így a PB_1 alapon fekvő szögei egyenlők. De ugyanekkora az $AB_1C_1\sphericalangle$ is, mert az $ABC_\triangle$-nek BB_1 magasságvonala egyben szögfelezője a talpponti háromszögnek. E három szöget az ábrán körívvel jelöltük. Abból, hogy $APA_1\sphericalangle = AB_1C_1\sphericalangle$-gel – a megfelelő szögek tételének megfordítása alapján – következik, hogy $PQ||B_1C_1$.

Rázga Tamás (Bp. II., Rákóczi g. III. o. t.)