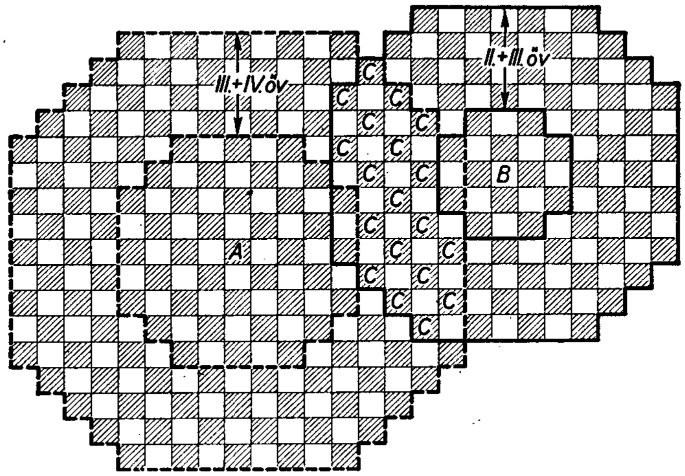
**I. megoldás:** Feladatunk így is fogalmazható: $\varrho(AC) = b$, $\varrho(BC) = a$, $\varrho(AB) = c$ egész számok alkothatnak-e pitagoraszi számhármast?

Legyen tehát $a^2 + b^2 = c^2$, ahol $a$, $b$, $c$ relatív prímszámok. Vegyük fel az $A$ és $B$ mezőt úgy, hogy $\varrho(AB) = c$. Keressük meg és jelöljük $C'$-vel mindazokat a mezőket, melyekre $\varrho(AC) = b$, továbbá keressük meg a $C$ mezőket, amelyekre $\varrho(BC) = a$.




Ha kimutatjuk, hogy van olyan $C$ mező a konfigurációban, melyre ezen megjelölés során $C'$ és $C''$ is került, a feladatot nyilván megoldottuk.

Kimutatjuk, hogy ilyen mező van.

A $B$ mezőtől $a$ lóugrásnyira levő mezők az $a$ és $(a-1)$-ik egyesített övben helyezkednek el (és ha $a > 4$, akkor csakis ott), hasonlóan az $A$ mezőtől $b$ lóugrásnyira levő mezők a $b$ és $(b-1)$-ik egyesített övben vannak. Minthogy

$$\varrho(AB) < \varrho(AC) + \varrho(BC)$$

(a 2. axióma nem lineáris ponthármasra) fennáll, a két övnek biztosan van közös mezője.

Az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy $A$ sötét mező.

Természetesen a két öv valamennyi közös mezője nem felel meg a feladat feltételeinek. A megfelelő mezők kiválasztása – az előbbi feltétel kihasználásával – a következő módon történhet:

Ha $\varrho(AB)$ páros és $\varrho(AC)$ és $\varrho(BC)$ páratlan, akkor $B$ szintén sötét mező, és $C$ – akár az $A$, akár a $B$ mezőtől vett távolságot tekintjük – világos mező, tehát a két öv közös részének valamennyi világos mezeje megfelel a feladat feltételeinek:

Ha $\varrho(AB)$ páratlan, akkor $B$ világos mező és $C$ sötét, ha $\varrho(AC)$ páros és $\varrho(BC)$ páratlan (lásd ábránkat), ill. $C$ világos ha $\varrho(AC)$ páratlan és $\varrho(BC)$ páros. Ábránk a $c = 5$, $b = 4$ és $a = 3$ esetet tünteti fel.

*Szabados József* (Bp. III., Árpád g. III. o. t.)

**II. megoldás:** Tekintsük a $2n+1$, $2n^2+2n$ és $2n^2+2n+1$ speciális pitagoraszi számhármasokat. Legyen $A$ a végtelen sakktábla kiindulási mezeje. Az $A$-tól számított $(2n^2+2n)$-ik övben csupa $2n^2+2n$ és $2n^2+2n+1$ számmal jelölt mező van. Tehát a $B$ és $C$ mezők ebben az övben vannak és különböző színűek, mert $\varrho(AB) = 2n^2+2n+1$ és $\varrho(AC) = 2n^2+2n$ különböző párosságú. Tehát $\varrho(BC)$ páratlan, és így lehet $\varrho(BC) = 2n+1$.

Mivel $2n+1 < 2n^2+2n$, azért a $(2n^2+2n)$-ik övben tetszőlegesen kiválasztott $B$ ponthoz mindig található (az I. megoldás alapján) az övben fekvő $C$ pont, melyre nézve tényleg $\varrho(BC) = 2n+1$.

Triviális példa: $n = 1$ esetén a $2n^2+2n = 4$-ik övben csupa 4-gyel és 5-tel jelölt mező található (lásd 1954. novemberi 3–4. szám 73. old. 2. ábra) és bármelyik két *szomszédos* $4(=C)$ és $5(=B)$ távolsága $\varrho(BC) = 3$.

*Lőke Mária* (Sárvár, ált. gimn. IV. o. t.)