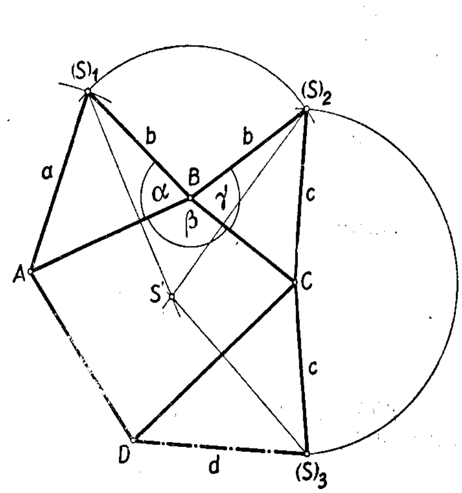
Legyen a gúla adott alaplapja $ABCD$ és a három adott oldalél $SA = a$, $SB = b$ és $SC = c$. Feladatunkat megoldottuk, ha megszerkesztjük az $SD = d$ negyedik oldalélt.

Egy test hálózata többféleképpen készíthető el aszerint, hogy miképpen helyezzük egymás mellé a határoló lapokat. Az általánosság megszorítása nélkül vehetjük azt az esetet, amikor mindegyik oldalháromszöget az alapél körül az alaplap síkjába forgatjuk.



1. ábra

Az ismert adatokból közvetlenül megrajzolható az alapnégyszög és két szomszédos oldallap beforgatottja (1. ábra). $(S)_1$ és $(S)_2$ a gúla S csúcspontjának két különböző leforgatása. A visszaforgatás során az $(S)_1$ pont körívet ír le, melynek vetülete az alaplap síkján az AB-re merőleges szakasz, az $(S)_2$ pont körív pályájának vetülete pedig a BC-re merőleges szakasz. E két szakasz metszéspontja a gúla csúcsának merőleges vetülete az alaplapon: S'.

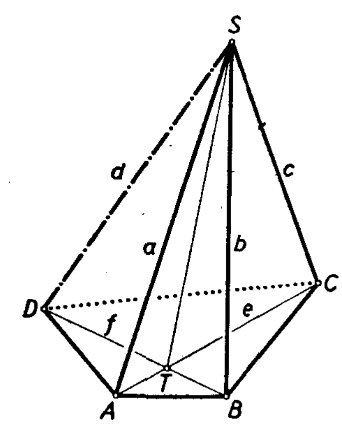
A csúcspont vetületének ismeretében az SCD oldallap leforgatása megrajzolható: az S pont újabb leforgatása $(S)_3$ az S-ből DC-re emelt merőlegesre kerül (ez a merőleges az S pont újabb leforgatási körének vetülete), mégpedig a C ponttól a megadott c távolságra. A megszerkesztett $C(S)_3D_\triangle$ $(S)_3D$ oldala a keresett negyedik oldalél: d.

A szerkesztésből leolvasható, hogy a gúla csúcsa annak a triedernek az élén van, amelynek egyik oldala az alapnégyszög β szöge, a másik két oldala pedig az oldallapok α és γ szöge (1. ábra).

A megoldhatóság feltételei, hogy 1. az adatokból az $AB(S)_1$ és $BC(S)_2$ háromszögek szerkeszthetők legyenek, 2. α, β, γ oldalakból trieder legyen szerkeszthető.

Holderith József (Bp. XIV., Vegyip. techn. IV. o. t.)

II. megoldás: Jelöljük az alaplap átlóinak metszéspontját T-vel (2. ábra).



2. ábra

Az $ASC_\triangle$ minden oldala, valamint az AT szakasz ismert, tehát az ST szakasz megszerkeszthető. ST, SB, BT és BD ismeretében a $BSD_\triangle$, is szerkeszthető és ezzel megkaptuk a keresett $SD = d$ oldalélt.

Szabadits Ödön (Bp. XX., Kossuth g. I. o. t.)